批注式详答与详析

第一部分　教材同步分层练

第一章　直角三角形的边角关系

1　锐角三角函数

课时1　正切

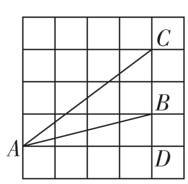
刷基础

1. C　【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=5$，$AC=2$，$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$，$\therefore \tan A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. 故选 C.

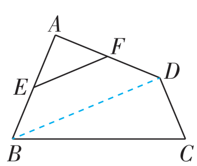
2. D　【解析】$\because$ 把 Rt$\triangle ABC$ 的各边的长都缩小为原来的$\dfrac{1}{4}$，$\therefore \angle A$ 的对边与邻边的比值不变，$\therefore \angle A$ 的正切值不变. 故选 D.

3. B　【解析】如图，构造直角三角形 ACD. 在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AD=4$，$CD=3$，所以 $\tan\angle ACB=\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{4}{3}$，故选 B.

关键点拨　根据正切的定义，将角放到直角三角形中，进而求解.



（第 3 题图）

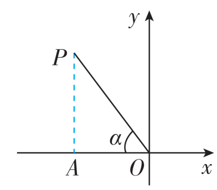


（第 4 题图）

4. $\dfrac{12}{5}$　【解析】如图，连接 BD. $\because E,F$ 分别是 AB,AD 的中点，$\therefore EF$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线，$\therefore EF=\dfrac{1}{2}BD$. $\because EF=6$，$\therefore BD=12$. $\because BC=13$，$CD=5$，$\therefore BD^2+CD^2=BC^2$，$\therefore \triangle BDC$ 是直角三角形，且 $\angle BDC=90^\circ$，$\therefore \tan C=\dfrac{BD}{CD}=\dfrac{12}{5}$. 故答案为$\dfrac{12}{5}$.

5. C　【解析】$\because$ 菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC,BD 相交于点 O，$BD=8$，$\therefore OB=\dfrac{1}{2}BD=4$，$AC\perp BD$. 在 Rt$\triangle ABO$ 中，$\tan\angle ABD=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{3}{4}$，$\therefore OA=\dfrac{3}{4}\times 4=3$，$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$. 故选 C.

6. -9　【解析】过点 P 作 $PA\perp x$ 轴，如图，$\therefore \tan\alpha=\dfrac{AP}{OA}=\dfrac{4}{3}$. $\because P(m,12)$ 在第二象限内，$\therefore OA=-m$，$PA=12$，$\therefore -4m=3\times12$，$\therefore -4m=36$，$\therefore m=-9$. 故答案为-9.



思路分析　根据勾股定理及直角三角形斜边上中线的性质得出 $AD=6$，$DE=\dfrac{1}{2}AC=CE$，根据等腰三角形的性质得出 $\angle EDC=\angle C$，再根据正切的定义及勾股定理求解即可.

7. $\sqrt{10}$　【解析】在 $\triangle ABC$ 中，AD 是 BC 边上的高，$\therefore \angle ADB=\angle ADC=90^\circ$. $\because AB=10$，$BD=8$，$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=6$. $\because$ 点 E 是 AC 的中点，$\therefore DE=\dfrac{1}{2}AC=EC$，$\therefore \angle C=\angle EDC$. $\because \tan\angle EDC=3$，$\therefore \tan C=\tan\angle EDC=3$，$\therefore \dfrac{AD}{CD}=3$，即 $\dfrac{6}{CD}=3$，$\therefore CD=2$，$\therefore AC=\sqrt{CD^2+AD^2}=2\sqrt{10}$，$\therefore DE=\dfrac{1}{2}AC=\sqrt{10}$. 故答案为 $\sqrt{10}$.

8. C　【解析】由某人在斜坡上走了 30 米，上升的高度为 15 米，得某人走的水平距离为 $\sqrt{30^2-15^2}=15\sqrt{3}$（米），$\therefore$ 斜坡的坡度 $i=15:15\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$. 故选 C.

9. $(16-8\sqrt{2})$　【解析】由题意得 $AE\perp BC$，$\therefore \angle AEB=90^\circ$. $\because AE=8$ m，$\tan\angle ABE=\dfrac{AE}{BE}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\therefore BE=8\sqrt{2}$ m. $\because \tan P=\dfrac{AE}{PE}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore \dfrac{8}{PE}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore PE=16$ m，$\therefore PB=PE-BE=(16-8\sqrt{2})$ m，故大坝底部应加宽$(16-8\sqrt{2})$ m.

课时2　正弦和余弦

刷基础

1. C　【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$c=3b$，$\therefore \cos A=\dfrac{b}{c}=\dfrac{b}{3b}=\dfrac{1}{3}$. 故选 C.

2. C 【解析】

A	$\because BD\perp AC$ 于 D，$CE\perp AB$ 于 E，$\therefore \sin A=\frac{BD}{AB}=\frac{EC}{AC}$	不合题意
B	$\because \angle A+\angle ACE=90°$，$\angle ACE+\angle COD=90°$，$\therefore \angle A=\angle COD$，$\therefore \sin A=\sin\angle COD=\frac{CD}{OC}$	不合题意
C	无法得出 $\sin A=\frac{AE}{AD}$	符合题意
D	$\because \angle BOE=\angle COD$，$\therefore \angle A=\angle BOE$，$\therefore \sin A=\sin\angle BOE=\frac{BE}{BO}$	不合题意

故选 C.

3. 10 【解析】在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，$BC=6$，$\therefore AB=\frac{5}{3}BC=\frac{5}{3}\times6=10$. 故答案为 10.

4. $\frac{\sqrt5}{5}$ $\frac{2\sqrt5}{5}$ 【解析】在 $Rt\triangle BCD$ 中，$\because CD=3$，$BD=5$，$\therefore BC=\sqrt{BD^2-CD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$. $\because AC=AD+CD=8$，$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt5$，则 $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{4\sqrt5}=\frac{\sqrt5}{5}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{4\sqrt5}=\frac{2\sqrt5}{5}$. 故答案为 $\frac{\sqrt5}{5}$，$\frac{2\sqrt5}{5}$.

5.【解】 (1) $\because AC\perp BD$，$\therefore \angle ACB=\angle ACD=90°$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中，$BC=8$，$\cos\angle ABC=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$，

$\therefore AB=\frac{BC}{\cos\angle ABC}=\frac{8}{\frac{4}{5}}=10$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，$\therefore AC$ 的长为 6.

(2) 在 $Rt\triangle ACD$ 中，$AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$，$\therefore \cos D=\frac{CD}{AD}=\frac{4}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

6. C 【解析】由题意得 $\sin A=\frac{a}{c}$，则 $a=c\cdot\sin A$，故 A 选项错误，不符合题意；$\cos B=\frac{a}{c}$，则 $a=c\cdot\cos B$，故 B 选项错误，不符合题意；$\tan A=\frac{a}{b}$，则 $a=b\cdot\tan A$，故 C 选项正确，符合题意；$\tan B=\frac{b}{a}$，则 $b=a\cdot\tan B$，故 D 选项错误，不符合题意. 故选 C.

刷有所得

在直角三角形中，一个锐角的正弦值等于这个角的对边与斜边的比值，一个锐角的余弦值等于这个角的邻边与斜边的比值，一个锐角的正切值等于这个角的对边与邻边的比值.

7. $\frac{3}{5}$ 【解析】在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$，$\therefore$ 设 $BC=3k$，则 $AC=4k$. 由勾股定理得 $AB=5k$，$\therefore \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3k}{5k}=\frac{3}{5}$.

8. B 【解析】根据锐角三角函数值的变化规律可知，$\tan\angle BAC$ 的值越大，梯子越陡，值越小，梯子越缓；$\sin\angle BAC$ 的值越大，梯子越陡，值越小，梯子越缓；$\cos\angle BAC$ 的值越大，梯子越缓，值越小，梯子越陡. ①③正确. 故选 B.

刷易错

9.【解】 分情况求解如下：

若 $\angle C=90°$，则 $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$；

若 $\angle B=90°$，则 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$，故 $\sin A=\frac{BC}{AC}=\frac{4}{\sqrt{41}}=\frac{4\sqrt{41}}{41}$.

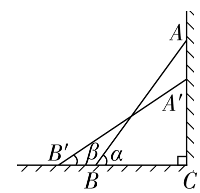
综上所述，$\sin A$ 的值为 $\frac{4}{5}$ 或 $\frac{4\sqrt{41}}{41}$.

易错警示

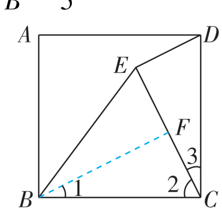
在直角三角形中，求锐角三角函数值时，如果没有说明哪个角是直角，那么必须分类讨论. 本题易受思维定势影响认为 $\angle C=90°$，只求出 $\sin A=\frac{4}{5}$，从而漏掉另一个解.

刷提升

1. A 【解析】如图. $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\tan\alpha=\frac{4}{3}=\frac{AC}{BC}$，$\therefore$ 可设 $AC=4x$ m，$BC=3x$ m，$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5x$ m，$\therefore A'B'=AB=5x$ m. $\because$ 在 $Rt\triangle A'B'C$ 中，$\angle A'CB'=90°$，$A'C=(4x-1)$ m，$B'C=(3x+1)$ m，$A'C^2+B'C^2=A'B'^2$，$\therefore (4x-1)^2+(3x+1)^2=(5x)^2$，解得 $x=1$，$\therefore B'C=4$ m，$A'B'=5$ m，$\therefore \cos\beta=\frac{B'C}{A'B'}=\frac{4}{5}$. 故选 A.



2. C 【解析】过点 B 作 $BF\perp CE$ 于点 F，如图所示. 由旋转的性质得 $BE=BC$，$\therefore \triangle BCE$ 是等腰三角形. $\because BF\perp CE$，$\therefore \angle BFC=90°$，$EF=CF$，$\therefore \angle1+\angle2=90°$. 设 $CF=EF=a$，则 $CE=CF+EF=2a$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore BC=CD$，$\angle BCD=90°$，$\therefore \angle2+\angle3=90°$，$\therefore \angle1=\angle3$. 又 $\because \angle CED=90°$，$\therefore \angle BFC=\angle CED=90°$. 在 $\triangle BFC$ 和 $\triangle CED$ 中，



$\begin{cases}\angle BFC=\angle CED=90°,\\ \angle1=\angle3,\\ BC=CD,\end{cases}$ $\therefore \triangle BFC\cong\triangle CED$ (AAS)，$\therefore DE=CF=a$. 在 $Rt\triangle CDE$ 中，由勾股定理得 $CD=\sqrt{CE^2+DE^2}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=$

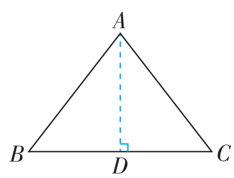
$\sqrt{5}a$, ∴ $\sin\angle ECD=\dfrac{DE}{CD}=\dfrac{a}{\sqrt{5}a}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. 故选 C.

思路分析 过点 B 作 $BF\perp CE$ 于点 F，由旋转的性质得 $\triangle BCE$ 是等腰三角形，进而可设 $CF=EF=a$，则 $CE=2a$，证明 $\triangle BFC$ 和 $\triangle CED$ 全等，得到 $DE=CF=a$，在 Rt$\triangle CDE$ 中，由勾股定理求出 $CD=\sqrt{5}a$，即可根据正弦的定义得出 $\sin\angle ECD$ 的值.

3. $4\sqrt{6}$ 【解析】在 Rt$\triangle BCD$ 中，$\angle C=90°$，∴ $\cos\angle BDC=\dfrac{CD}{BD}=\dfrac{5}{7}$，∴ 设 $CD=5x$，$BD=7x$. ∵ EF 垂直平分 AB，∴ $AD=BD=7x$，∴ $AC=CD+AD=5x+7x=24$，解得 $x=2$，∴ $CD=5x=10$，$BD=7x=14$，∴ $BC=\sqrt{BD^2-CD^2}=4\sqrt{6}$，故答案为 $4\sqrt{6}$.

4. $\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$ 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $AE/\!/CD$，$AD=CD$，∴ $\triangle AME\backsim\triangle CMD$，∴ $\dfrac{S_{\triangle AME}}{S_{\triangle CMD}}=\left(\dfrac{AE}{CD}\right)^2=\dfrac{1}{16}$，∴ $\dfrac{AE}{CD}=\dfrac{1}{4}$，∴ $\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{1}{4}$，设 $AE=x$，$AD=4x$，∴ $DE=\sqrt{AE^2+AD^2}=\sqrt{17}x$，∴ $\sin\angle AED=\dfrac{AD}{ED}=\dfrac{4x}{\sqrt{17}x}=\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$. ∵ $AE/\!/CD$，∴ $\angle CDE=\angle AED$，∴ $\sin\angle CDE=\sin\angle AED=\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$. 故答案为 $\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$.

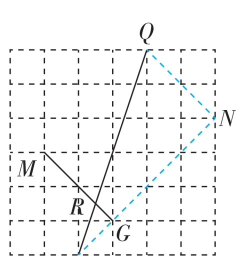
5. $\dfrac{3}{5}$ 【解析】如图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D. ∵ Blp $A=\dfrac{3}{2}=\dfrac{BC}{AD}$，∴ 设 $AD=2a$，$BC=3a$. ∵ $AB=AC$，$AD\perp BC$，∴ $BD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{3}{2}a$. 根据勾股定理得 $AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{(2a)^2+\left(\dfrac{3}{2}a\right)^2}=\dfrac{5}{2}a$，∴ $\cos\angle ABC=\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{\frac{3}{2}a}{\frac{5}{2}a}=\dfrac{3}{5}$. 故答案为 $\dfrac{3}{5}$.



刷素养

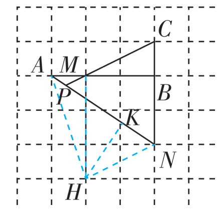
6.【解】(1) 由网格易得 $\angle CEN=\angle ENM=45°$，$\angle DMN=45°+45°=90°$，$DM=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$MN=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，∴ $CE/\!/MN$，∴ $\angle CPN=\angle DNM$，∴ $\tan\angle CPN=\tan\angle DNM=\dfrac{DM}{MN}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$. 故答案为 2.

(2) 如图(1)，取格点 N，连接 NQ，PN. 由网格易得点 G 在 PN 上，$\angle PNQ=\angle PGR=45°+45°=90°$，$NQ=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$PQ=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$，∴ $GM/\!/QN$，∴ $\angle MRQ=\angle PQN$，∴ $\cos\angle MRQ=\cos\angle PQN=\dfrac{NQ}{PQ}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.



图(1)

(3) 如图(2)，取格点 H，连接 HN，AH，MH，过点 H 作 $HK\perp AN$ 于点 K，∴ $MH/\!/CN$，$MH=CN$，∴ 四边形 $MHNC$ 是平行四边形，∴ $MC/\!/HN$，∴ $\angle CPN=\angle ANH$. ∵ $S_{\triangle ANH}=\dfrac{1}{2}AN\cdot KH=3\times3-\dfrac{1}{2}\times1\times3-\dfrac{1}{2}\times1\times2-\dfrac{1}{2}\times2\times3=\dfrac{7}{2}$，$AN=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，$HN=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，∴ $KH=\dfrac{7\sqrt{13}}{13}$，∴ $\sin\angle CPN=\sin\angle ANH=\dfrac{KH}{NH}=\dfrac{\frac{7\sqrt{13}}{13}}{\sqrt{5}}=\dfrac{7\sqrt{65}}{65}$.



图(2)

2 30°，45°，60°角的三角函数值

刷基础

1. B 【解析】$\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan 60°=\sqrt{3}$，$\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，都是无理数；$\cos 60°=\dfrac{1}{2}$，是有理数. 故选 B.

2. C 【解析】∵ 三角形三个内角度数的比为 1∶2∶3，∴ 设三个内角分别为 k，$2k$，$3k$，∴ $k+2k+3k=180°$，解得 $k=30°$，∴ 最小角的度数为 30°. ∵ $\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，∴ 最小角的正切值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. 故选 C.

关键点拨 利用设参数法求出三角形最小角的度数是解题的关键.

3. $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ 【解析】∵ $\sin 30°=\dfrac{1}{2}$，$\cos 60°=\dfrac{1}{2}$，∴ 点 A 的坐标为 $\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$，∴ 在平面直角坐标系中，点 $A(\sin 30°,-\cos 60°)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$. 故答案为 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$.

4.【解】(1) $\cos 60°-\sin^2 45°+\dfrac{1}{4}\tan^2 60°=\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}\times(\sqrt{3})^2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{4}$.

(2) $\sin 45°\cdot\cos 45°+\tan 30°\cdot\sin 60°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$.

5. C 【解析】$\because \tan(\alpha+20°)=1$，$\alpha$ 为锐角，$\therefore \alpha+20°=45°$，$\therefore \alpha=45°-20°=25°$. 故选 C.

6. 等边 【解析】$\because \left|\sin A-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|+\left(\frac{1}{2}-\cos B\right)^2=0$，$\angle A$，$\angle B$ 都是锐角，$\therefore \sin A-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$，$\frac{1}{2}-\cos B=0$，$\therefore \sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos B=\frac{1}{2}$，$\therefore \angle A=60°$，$\angle B=60°$，$\therefore \angle C=180°-\angle A-\angle B=60°$，$\therefore \angle A=\angle B=\angle C$，$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

7. $(2.9+\sqrt{3})$ 【解析】在 $Rt\triangle DCF$ 中，$CD=5.8$ m，$\angle DCF=30°$，则 $DF=\frac{1}{2}CD=2.9$ m. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，$\therefore AD=BC=2$ m，$\angle ADC=90°$，$\therefore \angle ADE=\angle DCF=30°$，$\therefore DE=AD\cdot\cos\angle ADE=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$(m)，$\therefore EF=DF+DE=(2.9+\sqrt{3})$m，故答案为 $(2.9+\sqrt{3})$.

8.【解】(1)在 $Rt\triangle ABC$ 中，$AB=2$ m，$\angle ABC=45°$，$\therefore AC=BC=AB\cdot\sin 45°=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$(m).

答：舞台的高 AC 为 $\sqrt{2}$ m.

(2)在 $Rt\triangle ADC$ 中，$\angle ADC=30°$，

则 $CD=\frac{AC}{\tan\angle ADC}=\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{6}$(m)，

$\therefore BD=CD-BC=(\sqrt{6}-\sqrt{2})$m.

答：DB 的长度为 $(\sqrt{6}-\sqrt{2})$m.

刷易错

9.【解】小明的解答过程不正确，正确解答过程如下：在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\because \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \angle A=60°$，$\therefore \sin\frac{A}{2}=\sin 30°=\frac{1}{2}$.

易错警示

$\angle A$ 的一半的正弦值与 $\angle A$ 的正弦值的一半是不同的. 如 $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，而 $\sin 30°=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$ 不等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的一半.

刷提升

1. A 【解析】$\because \triangle OAB$ 三个顶点的坐标分别为 $O(0,0)$，$A(0,1)$，$B(\sqrt{3},0)$，$\therefore \angle AOB=90°$，$OA=1$，$OB=\sqrt{3}$，$\therefore \tan\angle ABO=\frac{OA}{OB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore \angle ABO=30°$，$\therefore AB=2OA=2$. 由旋转的性质得 $\angle ABA'=60°$，$A'B=AB=2$，$\therefore \angle OBA'=\angle ABO+\angle ABA'=90°$，即 $A'B\perp x$ 轴，$\therefore A'(\sqrt{3},2)$. 故选 A.

关键点拨

先根据 A，B 两点的坐标求出 $\angle ABO=30°$，进而求出 AB 的长，再根据旋转的性质得到 $\angle ABA'=60°$，$A'B=AB$，进而得到 $A'B\perp x$ 轴，即可解决问题.

2. B

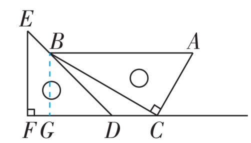
思路分析

过 B 作 $BG\perp FC$ 于 G → $Rt\triangle BCG$ $\xrightarrow{BC=10,\ \angle BCG=30°}$ $BG=5, GC=5\sqrt{3}$

过 B 作 $BG\perp FC$ 于 G → $Rt\triangle BDG$ $\xrightarrow{\angle BDG=45°}$ $BG=GD$

→ $CD=CG-GD=CG-BG$

【解析】如图，过 B 作 $BG\perp FC$ 于点 G. $\because AB/\!/CF$，$\angle F=\angle ACB=90°$，$\angle E=45°$，$\angle A=60°$，$\therefore \angle BCG=\angle ABC=30°$，$\angle EDG=45°$，$\therefore BG=DG$. 在 $Rt\triangle BGC$ 中，$BC=10$，$\angle BGD=90°$，$\angle BCG=30°$，$\therefore BG=BC\cdot\sin 30°=10\times\frac{1}{2}=5$，$CG=BC\cdot\cos 30°=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$，则 $CD=CG-GD=CG-BG=5\sqrt{3}-5$.



3. $\sqrt{3}$ 【解析】由作图知 BP 平分 $\angle ABC$，$BA=BE$. $\because$ 在 $▱ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$\angle D=60°$，$\therefore \angle ABC=60°$，$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，$\angle BAD=120°$. $\because BP$ 平分 $\angle ABC$，$\therefore BO\perp AE$，$AO=OE$，$\angle ABF=\angle EBF=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$. $\because AD/\!/BC$，$\therefore \angle AFB=\angle EBF=30°$，$\therefore \angle AFB=\angle ABF=30°$，$\therefore AB=AF$. $\because BO\perp AE$，$\therefore \angle BAO=\angle FAO=\frac{1}{2}\times120°=60°$，$\therefore \frac{OF}{OE}=\frac{OF}{AO}=\tan\angle FAO=\tan 60°=\sqrt{3}$，故答案为 $\sqrt{3}$.

4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 【解析】$\because \sqrt{2}+1$ 是方程 $x^2-(3\tan\theta)x+\sqrt{2}=0$ 的一个根，$\therefore (\sqrt{2}+1)^2-(3\tan\theta)(\sqrt{2}+1)+\sqrt{2}=0$，解得 $\tan\theta=1$. $\because \theta$ 是锐角，$\therefore \theta=45°$，$\therefore \cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 故答案为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$ m 【解析】过点 E 作 $ED\perp AC$ 于点 D，交 AB 于点 F. 根据题意可知 $EB\perp AB$，$\therefore \angle EBF=90°$. $\because \angle AFD=\angle EFB$，$\therefore \angle BEF=\angle FAD=30°$. 在 $Rt\triangle EFB$ 中，$BF=BE\cdot\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$EF=\frac{BE}{\cos 30°}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. 在 $Rt\triangle ADF$ 中，$AF=AB-BF=2-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore DF=AF\cdot\sin 30°=1-\frac{\sqrt{3}}{6}$，$\therefore ED=EF+FD=\frac{2\sqrt{3}}{3}+1-$

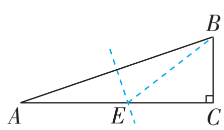
$\frac{\sqrt{3}}{6}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$ m，∴ 木箱顶点 E 距地面 AC 的高度为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$ m.

刷素养

6.【解】(1) $\tan 60°=\sqrt{3}$，$\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$2\tan 30°=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，∴ $\tan A\neq 2\tan\left(\frac{1}{2}A\right)$，故答案为≠.

(2) 延长 CA 到点 D，使 $DA=AB$，连接 BD，则 $\angle D=\angle ABD$，∴ $\angle BAC=\angle D+\angle ABD=2\angle D$，即 $\angle D=\frac{1}{2}\angle BAC$. 在 Rt△$ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=3$，∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，∴ $AD=AB=5$，∴ $CD=AD+AC=9$，∴ $\tan\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right)=\tan D=\frac{BC}{CD}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

(3) 如图，作 AB 的垂直平分线交 AC 于点 E，连接 BE，则 $AE=BE$，∴ $\angle A=\angle ABE$，∴ $\angle BEC=\angle A+\angle ABE=2\angle A$.



在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=3$，$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{3}$，∴ $BC=1$，∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{10}$. 设 $AE=BE=x$，则 $EC=3-x$. 在 Rt△EBC 中，$BE^2=EC^2+BC^2$，即 $x^2=(3-x)^2+1$，解得 $x=\frac{5}{3}$，∴ $AE=BE=\frac{5}{3}$，$EC=\frac{4}{3}$，∴ $\tan 2A=\tan\angle BEC=\frac{BC}{EC}=\frac{3}{4}$.

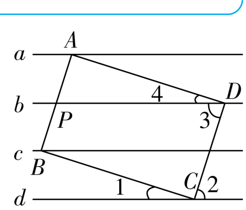
关键点拨
(3) 在直角三角形中作辅助线构造含 $2\angle A$ 的直角三角形是解题的关键.

大招专题 1　求锐角三角函数值的常用方法

刷难关

大招解读 | 等角转化法
当一个锐角的三角函数值不能直接求解或锐角不在直角三角形中时，可以将此角通过等角转化到能够求出三角函数值的直角三角形中，利用“若两锐角相等，则三角函数值也相等”来解决.

1. C　【解析】如图，设 AB 交直线 b 于点 P. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $\angle BAD=\angle BCD=\angle ADC=90°$. ∵ $a/\!/b/\!/c/\!/d$，且间隔相等，∴ $\angle 2=\angle 3$，$AP=\frac{1}{2}AB=2$.



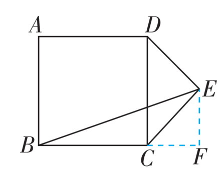
∵ $\angle BCD=90°$，$\angle ADC=90°$，∴ $\angle 1+\angle 2=90°$，$\angle 3+\angle 4=90°$. ∵ $\angle 2=\angle 3$，∴ $\angle 1=\angle 4$，∴ $\tan\angle 1=\tan\angle 4=\frac{AP}{AD}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，故选 C.

2. $\frac{4}{5}$　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，且 $AC=6$，$BD=8$，∴ $AC\perp BD$，$OB=OD=4$，$OA=OC=3$，∴ $BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$. ∵ $AE\perp BC$，$OA=OC$，∴ $OE=OA=OC$，∴ $\angle AEO=\angle EAO$. ∵ $AE\perp BC$，$AC\perp BD$，∴ $\angle OBC+\angle BCO=\angle EAC+\angle BCO$，∴ $\angle OBC=\angle EAC$，∴ $\angle AEO=\angle OBC$，∴ $\cos\angle AEO=\cos\angle OBC=\frac{OB}{BC}=\frac{4}{5}$. 故答案为$\frac{4}{5}$.

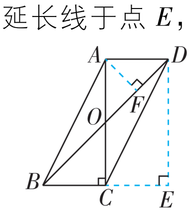
大招解读 | 构造直角三角形法
直角三角形是求解或运用三角函数的前提条件，故当题目中未出现直角三角形时，需通过添加辅助线构造直角三角形，然后求解.

刷有所得
当要求三角函数值的角不在一个直角三角形中时，可以考虑通过作辅助线等方法构造直角三角形，进而求出所求角的三角函数值.

3. $\frac{1}{3}$　【解析】过点 E 作 $EF\perp BC$，交 BC 的延长线于 F，如图. 设 $DE=CE=a$. ∵ △CDE 为等腰直角三角形，∴ $CD=\sqrt{2}CE=\sqrt{2}a$，$\angle DCE=45°$. ∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，∴ $CB=CD=\sqrt{2}a$，$\angle BCD=90°$，∴ $\angle ECF=45°$，∴ △CEF 为等腰直角三角形，∴ $CF=EF=\frac{\sqrt{2}}{2}CE=\frac{\sqrt{2}}{2}a$. 在 Rt△$BEF$ 中，$\tan\angle EBF=\frac{EF}{BF}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}a}{\sqrt{2}a+\frac{\sqrt{2}}{2}a}=\frac{1}{3}$，即 $\tan\angle EBC=\frac{1}{3}$. 故答案为$\frac{1}{3}$.



4. $\frac{1}{3}$　【解析】如图，过点 A 作 $AF\perp BD$ 于点 F，过点 D 作 $DE\perp BC$，交 BC 的延长线于点 E，∴ 易知四边形 $ACED$ 是矩形，∴ $CE=AD$. 又∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD=BC$，$OA=OC$. 设 $BC=a$，则 $AD=CE=a$. ∵ $OA=BC$，∴ $DE=AC=2a$，∴ △BDE 是等腰直角三角形，则 $BD=2\sqrt{2}a$，$\angle DBE=45°$. ∵ $AD/\!/BC$，∴ $\angle ADF=45°$，∴ △ADF 是等腰直角三角形，∴ $AF=DF=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，∴ $BF=BD-DF=\frac{3\sqrt{2}}{2}a$，∴ $\tan\angle ABD=\frac{AF}{BF}=\frac{1}{3}$. 故答案为$\frac{1}{3}$.



大招解读|巧设参数法

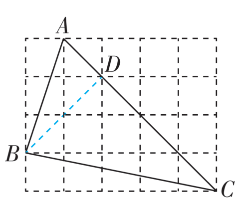
锐角三角函数的实质就是直角三角形中对应两边长度的比，所以在解题中有时需要将三角函数转化为线段比，通过设定一个参数，并用含该参数的代数式表示出直角三角形各边的长，再结合题中条件解决问题.

5. $\frac{12}{13}$ 【解析】∵ 在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\frac{5}{12}$，∴ 设 $AC=12k$，$BC=5k$，则 $AB=\sqrt{(12k)^2+(5k)^2}=13k$，∴ $\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{12k}{13k}=\frac{12}{13}$. 故答案为$\frac{12}{13}$.

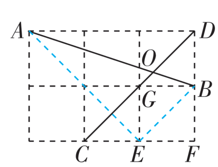
微专题

1. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ 【解析】如图，连接格点 B，D. 由题意得 $AB=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$BC=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$，$BD=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$. ∵ $AD^2+BD^2=2+8=10$，$AB^2=10$，∴ $AD^2+BD^2=AB^2$，∴ △ABD 是直角三角形，$\angle ADB=90°$，∴ $\angle BDC=90°$. 在 Rt△BDC 中，$\sin C=\frac{BD}{BC}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{26}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$. 故答案为$\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

> **关键点拨** 连接格点 B，D，根据勾股定理的逆定理证明△ABD 是直角三角形，得到 $\angle ADB=\angle BDC=90°$ 是解本题的关键.



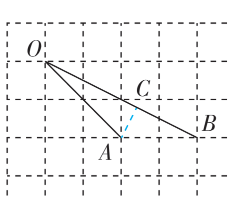
(第 1 题图)



(第 2 题图)

2. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 【解析】如图，取格点 E，F，G，连接 AE，BE. ∵ AE，BE，CD 都是正方形的对角线，∴ $\angle BEF=\angle BEG=\angle AEG=\angle DCF=45°$，∴ $\angle AEB=90°$，$BE//CD$，∴ $\angle AOC=\angle ABE$. 在 Rt△ABE 中，$\cos\angle ABE=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{1^2+1^2}}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，∴ $\cos\angle AOC=\frac{\sqrt{5}}{5}$. 故答案为$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

3. $\frac{1}{3}$ 【解析】如图，作 $AC\perp OB$ 于点 C. 由题意可知，$OB=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$. ∵ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times2\times2=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot OB$，∴ $AC=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. ∵ $OA=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，∴ $OC=\sqrt{OA^2-AC^2}=\sqrt{8-\frac{4}{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，∴ $\tan\angle AOB=\frac{AC}{OC}=\frac{1}{3}$，故答案为$\frac{1}{3}$.



> **思路分析** 作 $AC\perp OB$ 于点 C，利用等面积法求出 AC 的长，再利用勾股定理求出 OC 的长，即可求出 $\tan\angle AOB$ 的值.

3 三角函数的计算

刷基础

1. A 【解析】用科学计算器计算$\sqrt{2}\sin 50°$，按键顺序为 $\boxed{\sqrt{\blacksquare}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{5}$ $\boxed{0}$ $\boxed{=}$. 故选 A.

2. 【解】(1) $\cos 63°17'\approx0.45$.

(2) $\tan 27.35°\approx0.52$.

(3) $\sin 12°30'+\cos 82°17'5''+\tan 17°48'\approx0.216+0.134+0.321\approx0.67$.

3. D 【解析】根据题意得正切值为 36.79 的角的度数约是 88.4°. 故选 D.

4. (1) 27.14° (2) 68.67° (3) 51.00°

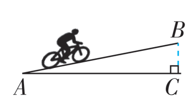
【解析】(1) ∵ $\sin A=0.456\ 1$，∴ 锐角 $\angle A\approx27.14°$.

(2) ∵ $\cos A=0.363\ 8$，∴ 锐角 $\angle A\approx68.67°$.

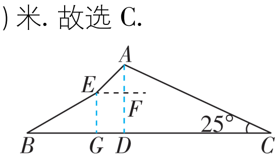
(3) ∵ $\tan A=1.235$，∴ 锐角 $\angle A\approx51.00°$.

5. $<$ $<$ 【解析】∵ $4\sin 44°\approx2.8$，$\sqrt{17}\approx4.1$，∴ $4\sin 44°<\sqrt{17}$. ∵ $2\sqrt{87}\approx18.7$，$\tan 87°\approx19.1$，∴ $2\sqrt{87}<\tan 87°$.

6. C 【解析】如图，根据题意设 $AB=120$ 米，过点 B 作 $BC\perp AC$，垂足为 C. ∵ 斜坡的坡比为 $\tan 11°:1$，∴ $\angle A=11°$. 在 Rt△ABC 中，$AC=AB\cdot\cos 11°=(120\times\cos 11°)$ 米. 故选 C.



7. 【解】(1) 如图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D，过点 E 分别作 $EF\perp AD$ 于点 F，$EG\perp BC$ 于点 G，则四边形 $EGDF$ 为矩形，∴ $EG=FD$. 由题意得 $BE=420$ 米，$AE=210$ 米，$\angle B=30°$，$\angle AEF=45°$，∴ $EG=\frac{1}{2}BE=210$ 米，$AF=\frac{\sqrt{2}}{2}AE=105\sqrt{2}$ 米，∴ $FD=EG=210$ 米，∴ $AD=AF+FD=105\sqrt{2}+210\approx358.1$(米).



答：山顶 A 到地面 BC 的距离约为 358.1 米.

(2) 在 Rt△ACD 中，$\sin C=\frac{AD}{AC}$，$\angle C=25°$，

∴ $AC=\frac{AD}{\sin 25°}\approx\frac{105\sqrt{2}+210}{0.42}=250\sqrt{2}+500\approx852.5$(米)，∴ 小李坐缆车的时间为$\frac{852.5}{2.5}=$

341(秒). ∵ 小林爬坡的时间为$\frac{210}{0.7}=300$(秒),341>300,∴ 小林先到达山顶.

4 解直角三角形

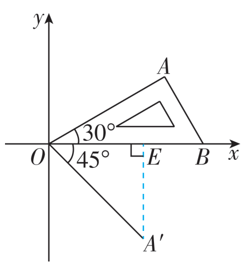
刷基础

1. B 【解析】在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$\sin A=\frac{a}{c}$,$\therefore c=\frac{a}{\sin A}$. 故选 B.

2. D 【解析】∵ $AD\perp BC$,$\therefore \angle ADB=90°$,$\therefore \angle B+\angle BAD=90°$. ∵ $\angle CAB=90°$,$\therefore \angle B+\angle C=90°$,$\therefore \angle BAD=\angle C$,$\therefore \sin\angle BAD=\sin C$,$\therefore \frac{BD}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,即$\frac{2}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,解得 $AB=2\sqrt{5}$. 故选 D.

思路分析 线段 AB 既在 Rt△ABC 中,也在 Rt△ABD 中,而在这两个三角形中只有 BD 的长已知,所以在 Rt△ABD 中求解 AB 的长.

3. $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ 【解析】如图所示,将 OA 绕原点 O 顺时针旋转 75° 得到 OA',过 A' 作 $A'E\perp x$ 轴于 E,则 $OA'=OA=3$,$\angle A'OE=75°-30°=45°$,$\therefore$ △$A'OE$ 是等腰直角三角形,$\therefore A'E=OE=OA'\times\cos 45°=\frac{3\sqrt{2}}{2}$. ∵ 点 A'在第四象限,∴ 点 A 的对应点 A'的坐标为$\left(\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$. 故答案为$\left(\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$.

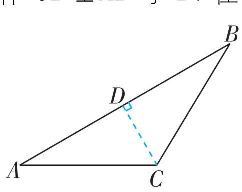


4. 2 【解析】∵ $AD\perp BC$,$\therefore \angle ADC=\angle ADB=90°$. ∵ $AC=6\sqrt{2}$,$\angle C=45°$,$\therefore AD=AC\cdot\sin 45°=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$. ∵ $\tan\angle ABC=3$,$\therefore \frac{AD}{BD}=3$,$\therefore BD=\frac{6}{3}=2$. 故答案为 2.

5.【解】(1)∵ $\angle C=90°$,$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore \angle A+\angle B=90°$,$\angle B=60°$,$\therefore \angle A=30°$.

(2)∵ $\angle C=90°$,$\angle A=30°$,$\therefore \tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\therefore BC=\frac{\sqrt{3}}{3}AC=4$,$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4=8\sqrt{3}$.

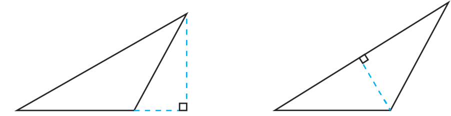
6. D 【解析】如图,过点 C 作 $CD\perp AB$ 于 D. 在 Rt△ACD 中,$\angle A=30°$,$AC=2\sqrt{3}$,$\therefore CD=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$,$\therefore AD=\sqrt{3}CD=3$. 在 Rt△$BCD$ 中,$\tan B=\frac{CD}{BD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore \frac{\sqrt{3}}{BD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore BD=2$,$\therefore AB=AD+BD=3+2=5$. 故选 D.



技巧点拨 构造直角三角形时,不要分割已知角,尽量作垂线,构造多跟已知条件有关的直角三角形.

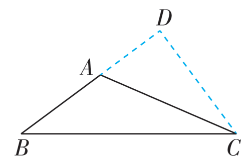
7. B

添加辅助线|构造直角三角形的一般方法



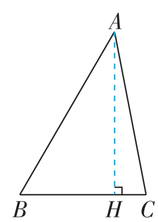
作高将斜三角形补成两个直角三角形　　作高将斜三角形分割成两个直角三角形

【解析】如图,过点 C 作 $CD\perp AB$,交 BA 的延长线于点 D. ∵ $\angle BAC=120°$,$\therefore \angle DAC=180°-120°=60°$,$\therefore AD=AC\cdot\cos 60°=6\times\frac{1}{2}=3$,$CD=AC\cdot\sin 60°=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$,$\therefore BD=AB+AD=7$,$\therefore BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=2\sqrt{19}$. 故选 B.



8.【解】(1)∵ $\angle B$ 为锐角且 $\cos B=\frac{1}{2}$,$\therefore \angle B=60°$.

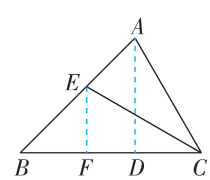
(2)过点 A 作 $AH\perp BC$ 于 H,如图. ∵ $\cos B=\frac{1}{2}$,$\therefore \frac{BH}{AB}=\frac{1}{2}$.
∵ $AB=6$,$\therefore BH=3$,
$\therefore$ 在 Rt△ABH 中,$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$.
∵ $\tan C=3\sqrt{3}$,$\therefore \frac{AH}{CH}=3\sqrt{3}$,
即$\frac{3\sqrt{3}}{CH}=3\sqrt{3}$,$\therefore CH=1$,$\therefore BC=BH+CH=3+1=4$.



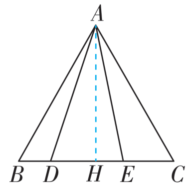
刷提升

关键点拨 通过作垂线构造出直角三角形是解题的关键.

1. B 【解析】如图,过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D,过点 E 作 $EF\perp BC$ 于 F. 在 Rt△ABD 中,$\angle B=45°$,$AB=\sqrt{6}$,$\therefore BD=AD=AB\cdot\sin B=\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}$. 在 Rt△$ADC$ 中,$\angle DAC=90°-\angle ACB=30°$,$\therefore CD=AD\cdot\tan 30°=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1$,$\therefore BC=\sqrt{3}+1$. 设 $BF=x$. 在 Rt△BEF 中,$\angle B=45°$,$\therefore BF=EF=x$. ∵ $\angle ACB=60°$,CE 平分$\angle ACB$,$\therefore \angle BCE=30°$. 在 Rt△$EFC$ 中,$\angle FEC=90°-\angle BCE=60°$,$\therefore CE=2EF=2x$,$CF=EF\cdot\tan 60°=\sqrt{3}x$. 由 $CF+BF=BC$,得$\sqrt{3}x+x=\sqrt{3}+1$,$\therefore x=1$,$\therefore EC=2$,故选 B.



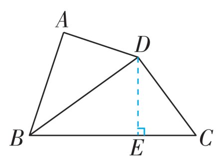
2. A　【解析】过点 A 作 $AH\perp BC$ 于 H，如图. $\because$ $\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形，$\therefore$ $AB=BC=6$，$\angle BAC=60°$. $\because$ $AH\perp BC$，$\therefore$ $BH=\frac{1}{2}BC=3$，$\angle BAH=\frac{1}{2}\angle BAC=30°$，$\therefore$ $\angle BAD+\angle DAH=30°$. $\because$ $\angle DAE=30°$，$\therefore$ $\angle BAD+\angle EAC=30°$，$\therefore$ $\angle DAH=\angle EAC$，$\therefore$ $\tan\angle DAH=\tan\angle EAC=\frac{1}{3}$. $\because$ $AH=AB\sin 60°=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$，$\therefore$ $\tan\angle DAH=\frac{DH}{AH}=\frac{DH}{3\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$，$\therefore$ $DH=\sqrt{3}$，$\therefore$ $BD=BH-DH=3-\sqrt{3}$. 故选 A.



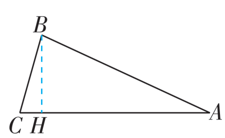
▶思路分析

过点 A 作 $AH\perp BC$ 于 H，由 $\triangle ABC$ 为等边三角形，得到 $\angle DAH=\angle EAC$，从而得到 $\tan\angle DAH=\tan\angle EAC$，利用锐角三角函数求得 AH 的值，即可求解.

3. 9　【解析】过点 D 作 $DE\perp BC$，垂足为 E，如图. $\because$ 对角线 BD 平分 $\angle ABC$，$\therefore$ $\angle ABD=\angle CBD$，$\therefore$ $\cos\angle CBD=\cos\angle ABD=\frac{4}{5}$. $\because$ $\angle A=90°$，$AB=4$，$\therefore$ $\cos\angle ABD=\frac{AB}{BD}=\frac{4}{5}$，$\therefore$ $BD=5$. $\because$ $\cos\angle CBD=\frac{BE}{BD}=\frac{4}{5}$，$\therefore$ $BE=4$，$\therefore$ $DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=3$，$\therefore$ $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times BC\times DE=\frac{1}{2}\times 6\times 3=9$.



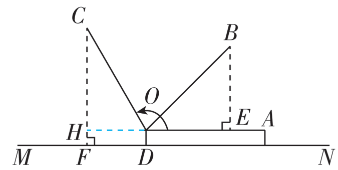
4. $\sqrt{13}$　【解析】如图，过 B 作 $BH\perp AC$ 于 H，$\therefore$ $BH\leq BC$. $\because$ $AB=4$，$BC=\sqrt{3}$，$\therefore$ $BC<AB$，$\therefore$ $\angle BAC$ 是锐角. 当 $\sin\angle BAC$ 最大时，$\angle BAC$ 最大. $\because$ $\sin\angle BAC=\frac{BH}{AB}$，$AB=4$，$\therefore$ 当 $BH=BC$，且 $BC\perp AC$ 时，$\sin\angle BAC$ 最大，此时 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{13}$. 故答案为 $\sqrt{13}$.



5.【解】(1) 依题意得 $\angle BOE=45°$，$BE=8\sqrt{2}$ cm，$\angle BEO=90°$. 在 Rt$\triangle BEO$ 中，$\sin\angle BOE=\frac{BE}{OB}$，$\therefore$ $OB=\frac{BE}{\sin\angle BOE}=\frac{8\sqrt{2}}{\sin 45°}=16$(cm)，即字典的封面宽 OB 是 16 cm.

(2) 延长 EO 交 CF 于 H，如图. 依题意得 $\angle EOC=120°$，$OC=OB=16$ cm，$\angle CFD=90°$，$OE/\!/MN$，$HF=OD=2$ cm，$\therefore$ $\angle CHO=90°$，$\angle COH=180°-\angle EOC=60°$. 在 Rt$\triangle OCH$ 中，$\sin\angle COH=\frac{CH}{OC}$，$\therefore$ $CH=OC\cdot\sin\angle COH=16\times\sin 60°=8\sqrt{3}$(cm)，$\therefore$ $CF=CH+HF=(8\sqrt{3}+2)$cm，

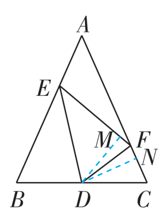
$\therefore$ 点 C 到桌面 MN 的距离 CF 为 $(8\sqrt{3}+2)$cm.



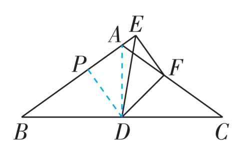
刷素养

6. (1)【解】点 D 到线段 EF 的距离为 $2\sin\alpha$. $\because$ $AB=AC$，$BC=4$，D 为 BC 中点，$\therefore$ $AD\perp BC$，$BD=CD=2$，$\angle BAD=\angle CAD$. $\because$ $\angle EDF=\angle ABC=\alpha$，$\therefore$ $\angle AFD=\angle ADB=90°$，$\therefore$ $DF\perp AC$，$\therefore$ 点 D 到线段 EF 的距离即为 DF 的长. 在 Rt$\triangle CDF$ 中，$\sin\alpha=\frac{DF}{DC}=\frac{DF}{2}$，$\therefore$ $DF=2\sin\alpha$.

(2)【证明】作 $DM\perp EF$ 于 M，$DN\perp CF$ 于 N，如图(1)，$\therefore$ $DN=2\sin\alpha$. $\because$ $\angle EDF=\angle ABC=\angle ACB=\alpha$，$\therefore$ $\alpha+\angle BED=\angle EDC=\alpha+\angle CDF$，$\therefore$ $\angle BED=\angle CDF$，$\therefore$ $\triangle EBD\backsim\triangle DCF$，$\therefore$ $\frac{ED}{FD}=\frac{BD}{CF}=\frac{CD}{CF}$，$\therefore$ $\frac{ED}{CD}=\frac{FD}{CF}$. $\because$ $\angle EDF=\angle ACB=\alpha$，$\therefore$ $\triangle EDF\backsim\triangle DCF$，$\therefore$ $\angle EFD=\angle CFD$，$\therefore$ $DM=DN=2\sin\alpha$，即点 D 到线段 EF 的距离为 $2\sin\alpha$.



图(1)



图(2)

(3)【解】$\frac{AC}{CF}=1+\tan\alpha$. 连接 AD，作 $DP\perp AB$ 于 P，如图(2). 设 $BP=1$，则 $DP=\tan\alpha$，$\therefore$ $BD^2=1+\tan^2\alpha$. $\because$ $AB=AC$，D 为 BC 中点，$\therefore$ $AD\perp BC$，$BD=CD$，$\therefore$ $\angle ADB=90°$. $\because$ $\angle BPD=90°$，$\angle B$ 是公共角，$\therefore$ $\triangle BPD\backsim\triangle BDA$，$\therefore$ $\frac{BP}{BD}=\frac{BD}{BA}$，$\therefore$ $AB=\frac{BD^2}{BP}=\frac{1+\tan^2\alpha}{1}=1+\tan^2\alpha$. 同(2)易得 $\triangle EBD\backsim\triangle DCF\backsim\triangle EDF$，$\therefore$ $\angle BED=\angle DEF$，$\frac{EB}{BD}=\frac{DC}{CF}$，$\therefore$ $\angle BED=\angle FED=\frac{1}{2}\angle BEF=45°$，$\therefore$ $PE=PD=\tan\alpha$，$\therefore$ $BE=1+\tan\alpha$，$\therefore$ $CF=\frac{BD^2}{BE}=\frac{1+\tan^2\alpha}{1+\tan\alpha}$，$\therefore$ $\frac{AC}{CF}=\frac{AB}{CF}=1+\tan\alpha$.

关键点拨◀

解题的关键是由特殊到一般，从特殊的图形中发现规律，再将解题思路运用到一般图形中.

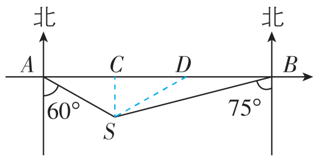
5　三角函数的应用

刷基础

1. B

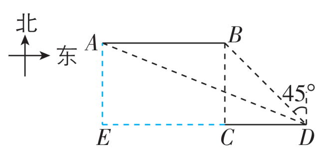
添加辅助线

因为要求的是 SA 的长度,所以要把 SA 放到一个直角三角形中,所以过 S 作 $SC\perp AB$ 于 C,再根据 $75°$角得到 $15°$角,并结合 $60°$角想到在 AB 上截取 $CD=AC$ 构造底角为 $15°$的等腰三角形,进而求解.



【解析】如图,过 S 作 $SC\perp AB$ 于 C,在 AB 上截取 $CD=AC$,连接 DS,则 $AS=DS$,$\therefore\ \angle CDS=\angle CAS=30°$,$\therefore\ \angle CSD=60°$. 由题意得 $\angle CSB=75°$,$\angle ABS=15°$,$\therefore\ \angle DSB=15°$,$\therefore\ SD=BD$. 设 $CS=x$ 海里,则 $AC=\sqrt{3}x$ 海里 $=CD$,$AS=DS=BD=2x$ 海里. $\because\ AB=30$ 海里,$\therefore\ \sqrt{3}x+\sqrt{3}x+2x=30$,解得 $x=\dfrac{15\sqrt{3}-15}{2}$,$\therefore\ AS=(15\sqrt{3}-15)$ 海里. 故选 B.

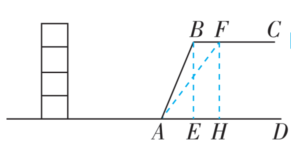
2.【解】(1)在 Rt$\triangle BCD$ 中,$\angle BDC=90°-45°=45°$,$\therefore\ BC=CD=40$ 米,$\therefore\ B,C$ 两点间的距离为 40 米. 故答案为 40.



(2)如图,过点 A 作 $AE\perp DC$ 交 DC 延长线于点 E,$\therefore$ 易知四边形 $ABCE$ 是矩形,$\therefore\ AE=BC=40$ 米,$AB=CE$. 在 Rt$\triangle ADE$ 中,$\angle DAE=68.2°$,$\therefore\ DE=AE\cdot\tan 68.2°\approx 40\times 2.50=100$(米),$\therefore\ CE=DE-CD=100-40=60$(米),$\therefore\ AB=60$ 米.

3. B　【解析】根据题意得 $\angle C=90°$,$BC=m$ 千米,$\angle ABC=\alpha$,$\therefore\ AC=BC\cdot\tan\alpha=m\tan\alpha$ 千米,故选 B.

4. 8　【解析】在 BC 上取点 F,使 $\angle FAD=53°$,过点 F 作 $FH\perp AD$ 于 H,过点 B 作 $BE\perp AD$ 于 E,如图.

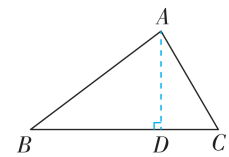


$\because\ BF/\!/EH$,$BE\perp AD$,$FH\perp AD$,$\therefore$ 四边形 $BEHF$ 为矩形,$\therefore\ BF=EH$,$BE=FH$. $\because$ 斜坡 AB 的坡度为 $12:5$,$\therefore\ \dfrac{BE}{AE}=\dfrac{12}{5}$,$\therefore$ 设 $BE=12x$ m,则 $AE=5x$ m. 由勾股定理得,$AE^2+BE^2=AB^2$,即 $(5x)^2+(12x)^2=26^2$,解得 $x=2$(负值已舍去),$\therefore\ AE=10$ m,$BE=24$ m,$\therefore\ FH=BE=24$ m. 在 Rt$\triangle FAH$ 中,$\tan\angle FAH=\dfrac{FH}{AH}$,$\therefore\ AH=\dfrac{FH}{\tan 53°}\approx\dfrac{24}{\frac{4}{3}}=18$(m),$\therefore\ BF=EH=AH-AE=18-10=8$(m),$\therefore$ 坡顶 B 沿 BC 至少向右移动 8 m 时,才能确保山体不滑坡. 故答案为 8.

思路分析　在 BC 上取点 F,使 $\angle FAD=53°$,作 $FH\perp AD$,$BE\perp AD$,根据坡度的概念和勾股定理求出 BE,AE,根据正切的定义求出 AH,结合图形计算,得到答案.

归纳总结　一些关于锐角三角函数的实际问题中,需要通过作辅助线构造直角三角形,再用线段和差进行求解.

5.【解】(1)过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D,如图.



在 Rt$\triangle ABD$ 中,$\because\ \sin B=\sin 37°=\dfrac{AD}{AB}$,$\therefore\ AD=AB\sin 37°\approx 50\times 0.6=30$(m).

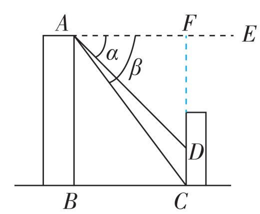
答:风筝离地面约 30 m.

(2)在 Rt$\triangle ABD$ 中,$\tan B=\tan 37°=\dfrac{AD}{BD}$,$\therefore\ BD=\dfrac{AD}{\tan 37°}\approx\dfrac{30}{0.75}=40$(m). 在 Rt$\triangle ACD$ 中,$\tan C=\tan 60°=\dfrac{AD}{CD}$,$\therefore\ CD=\dfrac{AD}{\tan 60°}=\dfrac{30}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}\approx 17.3$(m),$\therefore\ BC=BD+CD=40+17.3=57.3$(m).

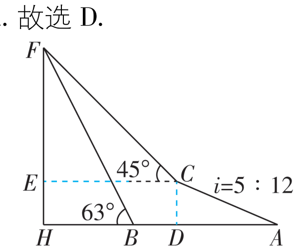
答:小明和小刚的直线距离 BC 约是 57.3 m.

刷提升

1. D　【解析】如图,延长 CD 交 AE 于点 F,则易得四边形 $ABCF$ 为矩形,$\therefore\ AF=BC$,$\angle AFC=90°$. 设 $AF=BC=x$ 米. 在 Rt$\triangle AFD$ 中,$\angle FAD=45°$,$\therefore\ DF=AF\cdot\tan 45°=x$ 米. $\because\ CD=3$ 米,$\therefore\ CF=CD+DF=(x+3)$ 米. 在 Rt$\triangle AFC$ 中,$\angle FAC=53°$,$\therefore\ \tan 53°=\dfrac{CF}{AF}=\dfrac{x+3}{x}$. $\because\ \tan 53°\approx\dfrac{4}{3}$,$\therefore\ \dfrac{x+3}{x}=\dfrac{4}{3}$,解得 $x=9$,$\therefore\ BC=9$ 米,$\therefore$ 两幢楼房之间的水平距离大约为 9 米. 故选 D.

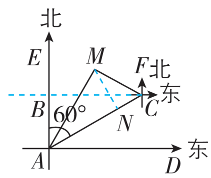


2. C　【解析】如图,过点 C 作 $CD\perp AH$,垂足为 D,作 $CE\perp FH$,垂足为 E,则易得四边形 $CDHE$ 为矩形,$\therefore\ CD=EH$,$CE=DH$,由题意得 $\angle FBH=63°$,$\angle FCE=45°$,$AC=13$ m,$AB=17$ m. $\because$ 斜坡 AC 的坡度 $i=5:12$,$\therefore\ \dfrac{CD}{AD}=\dfrac{5}{12}$,$\therefore$ 设 $CD=5x$ m,则 $AD=12x$ m. $\therefore$ 在 Rt$\triangle ACD$ 中,$AC=\sqrt{CD^2+AD^2}=\sqrt{(5x)^2+(12x)^2}=13x$(m). $\because\ AC=13$ m,$\therefore\ 13x=13$,解得 $x=1$,$\therefore\ CD=EH=5$ m,$AD=12$ m. 设 $CE=DH=y$ m,$\therefore\ BH=AD+DH-AB=12+y-17=(y-5)$ m. 在 Rt$\triangle BFH$ 中,$\tan\angle FBH=\dfrac{FH}{HB}$,$\angle FBH=63°$,$\therefore\ FH=BH\cdot$



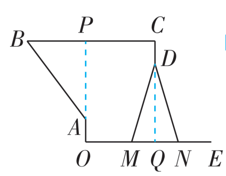
$\tan 63°\approx 2(y-5)$ 米. 在 Rt $\triangle CEF$ 中, $\tan\angle FCE=\dfrac{FE}{CE}$, $\angle FCE=45°$, $\therefore FE=CE\cdot\tan 45°=y$ m. $\because EF+EH=FH$, $\therefore y+5=2(y-5)$, 解得 $y=15$, $\therefore FH=15+5=20$(m), $\therefore$ 这棵木棉树的高度约为 20 m, 故选 C.

3. 1 500 【解析】如图, 过 C 作东西方向线的平行线, 交过 A 的南北方向线 AE 于 B, 过 M 作 $MN\perp AC$ 于 N, 则此时铺设的管道 MN 最短.



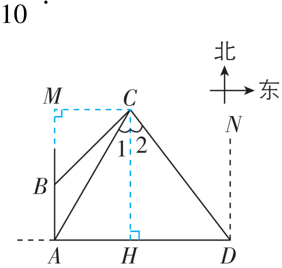
$\because \angle EAC=60°$, $\angle EAM=30°$, $\therefore \angle CAM=30°$, $\therefore \angle AMN=60°$. 又 $\because \angle FCM=60°$, $\therefore \angle MCB=30°$. $\because \angle EAC=60°$, $\therefore \angle CAD=30°$, $\angle BCA=30°$, $\therefore \angle MCA=\angle MCB+\angle BCA=60°$, $\therefore \angle AMC=90°$, $\angle CMN=30°$, $\therefore MC=AC\cdot\sin 30°=1\ 000$ 米, $\therefore NC=MC\cdot\sin 30°=500$ 米, $\therefore AN=AC-NC=2\ 000-500=1\ 500$(米), 即当在主输气管道 AC 上寻找支管道连接点 N, 使到小区 M 铺设的管道最短时, AN 的长为 1 500 米. 故答案为 1 500.

4. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ 【解析】如图, 过点 A 作 $AP\perp BC$ 于 P, 过点 D 作 $DQ\perp MN$ 于 Q.



在 Rt$\triangle ABP$ 中, $\because AB=5$ dm, $\tan B=\dfrac{4}{3}=\dfrac{AP}{BP}$, $\therefore$ 易得 $AP=4$ dm, $BP=3$ dm. 又 $\because BC=7$ dm, $\therefore PC=7-3=4$(dm)$=OQ$. $\because DM=DN$, $DQ\perp MN$, $\therefore MQ=QN=\dfrac{1}{2}MN$. $\because$ 点 M 恰好为 ON 的中点, $\therefore MQ=QN=\dfrac{1}{3}OQ=\dfrac{4}{3}$ dm, $\therefore DQ=CQ-CD=OP-CD=1+4-1=4$(dm). 在 Rt$\triangle DMQ$ 中, $DM=\sqrt{DQ^2+MQ^2}=\dfrac{4\sqrt{10}}{3}$ dm, $\therefore \cos\angle DME=\dfrac{MQ}{DM}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. 故答案为 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

5.【解】(1) 如图, 过 C 作 $CM\perp AB$, 交 AB 的延长线于 M. 由题意得, $AB=40\times1=40$(海里).



在 Rt $\triangle BCM$ 中, $\angle CBM=45°$, $\therefore MC=MB$. 设 $MC=MB=x$ 海里, 则 $MA=(x+40)$ 海里. 在 Rt $\triangle ACM$ 中, $\angle CAM=30°$, $\therefore \tan\angle CAM=\dfrac{CM}{AM}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \dfrac{x}{x+40}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, 解得 $x=20\sqrt{3}+20$, $\therefore MB=MC=(20\sqrt{3}+20)$ 海里, $\therefore BC=\sqrt{2}MB=\sqrt{2}(20\sqrt{3}+20)\approx 77$(海里).

(2) 如图, 过点 C 作 $CH\perp AD$ 于 H, 则四边形 $MAHC$ 为矩形. 由 (1) 得 $CM=(20\sqrt{3}+20)$ 海里, $\therefore AH=CM=(20\sqrt{3}+20)$ 海里. $\because AM//CH$, $\therefore \angle 1=\angle CAM=30°$, $\therefore \tan\angle 1=\dfrac{AH}{CH}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore CH=\sqrt{3}AH=\sqrt{3}(20\sqrt{3}+20)=(60+20\sqrt{3})$ 海里. $\because CH//DN$, $\angle NDC=37°$, $\therefore \angle 2=\angle NDC=37°$, $\therefore \cos\angle 2=\cos 37°=\dfrac{CH}{CD}\approx 0.8$, $\therefore CD=\dfrac{CH}{0.8}=(75+25\sqrt{3})$ 海里, $\therefore$ 维修船到达小岛 C 总共用时 $\dfrac{6}{60}+\dfrac{CD}{50}=\dfrac{1}{10}+\dfrac{75+25\sqrt{3}}{50}\approx 2.47$(时).

货船从 B 到 C 用时 $77\div30=\dfrac{77}{30}$(时).

$\because \dfrac{77}{30}>2.47$, $\therefore$ 维修船能在货船之前到达小岛 C.

思路分析

(1) 过 C 作 $CM\perp AB$, 交 AB 的延长线于 M, 由题意可得 $MC=MB$, 设 $MC=MB=x$ 海里, 则 $MA=(x+40)$ 海里, 通过三角函数列方程求解;

(2) 结合三角函数和平行线的性质进行求解并比较, 从而得到答案.

技巧归纳

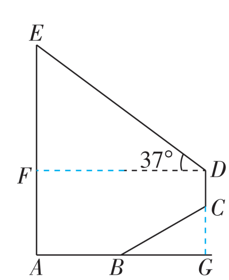
在实际问题中, 往往会通过向水平面作垂线来构造直角三角形.

6　利用三角函数测高

刷基础

1. A 【解析】由题意得 $EF=BM=1.8$ m, $CD=BN=1.5$ m, $DF=5$ m, $EM=BF$, $BD=CN$, $EM\perp AB$, $CN\perp AB$. 设 $BD=CN=x$ m, $\therefore EM=BF=DF+BD=(x+5)$ m. 在 Rt $\triangle AEM$ 中, $\angle AEM=45°$, $\therefore AM=EM\cdot\tan 45°=(x+5)$ m. 在 Rt $\triangle ACN$ 中, $\angle ACN=53°$, $\therefore AN=CN\cdot\tan 53°\approx\dfrac{4}{3}x$ m. $\because AM+BM=AN+BN=AB$, $\therefore x+5+1.8=\dfrac{4}{3}x+1.5$, 解得 $x=15.9$, $\therefore AN=21.2$ m, $\therefore AB=AN+BN=21.2+1.5=22.7$(m), $\therefore$ 电子厂 AB 的高度约为 22.7 m. 故选 A.

2. 8.7 【解析】如图, 过点 D 作 $DF\perp AE$ 于点 F, 延长 DC 交 AB 延长线于点 G, 则 $DF=AG$, $AF=GD$.



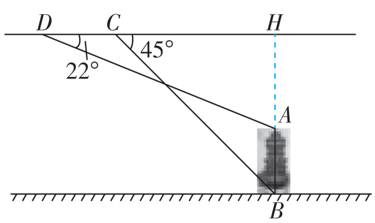
在 Rt$\triangle CBG$ 中, $\tan\angle CBG=i=1:\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \angle CBG=30°$, $\therefore CG=\dfrac{1}{2}BC=2$ 米, $BG=BC\cdot\cos\angle CBG=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$(米), $\therefore AF=GD=CG+$

$CD=2+1.5=3.5$(米),$DF=AG=AB+BG=2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(米),∴ 在 Rt△$DFE$ 中,$EF=DF\cdot\tan\angle EDF\approx4\sqrt{3}\times\frac{3}{4}=3\sqrt{3}$(米),∴ $AE=EF+AF=3\sqrt{3}+3.5\approx8.7$(米),即旗杆 AE 的高度约为 8.7 米,故答案为 8.7.

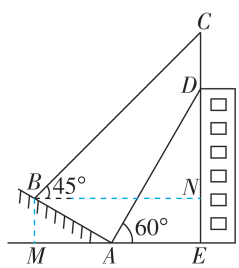
技巧总结 在解直角三角形的应用问题需要作辅助线时,一般考虑根据实际中的水平、竖直之间的垂直关系或者是方向线的垂直关系作辅助线构造直角三角形.

3.【解】 如图,延长 BA 交直线 CD 于点 H. 由题意得 $DH\perp BH$,$BH=100$ m,$CD=41.5$ m. 在 Rt△CHB 中,$\angle BCH=45°$,∴ $CH=\frac{BH}{\tan 45°}=100$ m,∴ $DH=CD+CH=141.5$ m. 在 Rt△AHD 中,$\angle ADH=22°$,∴ $AH=DH\cdot\tan 22°\approx141.5\times0.40=56.6$(m),∴ $AB=BH-AH=100-56.6=43.4$(m).

答:该塔的高度 AB 约为 43.4 m.



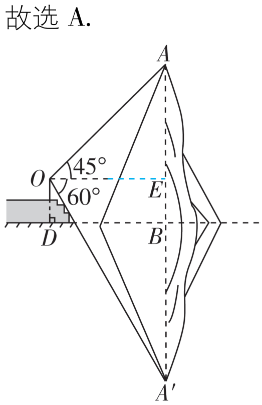
4. A 【解析】过点 B 作 $BM\perp EA$ 交 EA 的延长线于点 M,过点 B 作 $BN\perp CE$ 于点 N,如图所示,则 $BN=ME$,$BM=NE$. 在 Rt△ABM 中,$AB=10$ 米,$\angle BAM=30°$,∴ $AM=AB\cdot\cos\angle BAM=5\sqrt{3}$米,$BM=AB\cdot\sin\angle BAM=5$ 米. 在 Rt△ADE 中,$AE=10$ 米,$\angle DAE=60°$,∴ $DE=AE\cdot\tan\angle DAE=10\sqrt{3}$ 米. 在 Rt△BCN 中,$BN=AE+AM=(10+5\sqrt{3})$米,$\angle CBN=45°$,∴ $CN=BN\cdot\tan\angle CBN=(10+5\sqrt{3})$米,∴ $CD=CN+EN-DE=10+5\sqrt{3}+5-10\sqrt{3}=(15-5\sqrt{3})$米. 故选 A.



关键点拨 过点 C 作 $CH\perp BD$,垂足为点 H,根据锐角三角函数的定义即可求解.

5.【解】 如图,过点 O 作 $OE\perp AB$,垂足为 E. 由题意得 $OD=EB=4$ m,设 $AE=x$ m,则 $AB=A'B=AE+BE=(x+4)$m,∴ $EA'=EB+BA'=(x+8)$m. 在 Rt△AOE 中,$\angle AOE=45°$,∴ $OE=\frac{AE}{\tan 45°}=x$ m. 在 Rt△OEA'中,$\angle EOA'=60°$,∴ $\tan 60°=\frac{EA'}{OE}=\frac{x+8}{x}=\sqrt{3}$,解得 $x=4\sqrt{3}+4$,∴ $AB=(4\sqrt{3}+8)$m,

即小山的高度 AB 为$(4\sqrt{3}+8)$m.



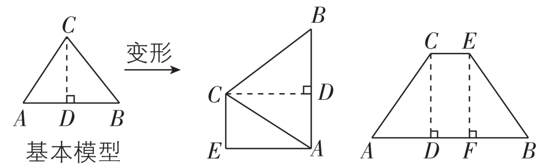
刷有所得 解决此类问题要了解俯角和仰角的定义,找到与已知和未知相关联的直角三角形,当图形中没有直角三角形时,要通过作垂线构造直角三角形,然后灵活运用锐角三角函数的定义计算相应的线段长.

大招专题2 锐角三角函数应用的常见模型

刷难关

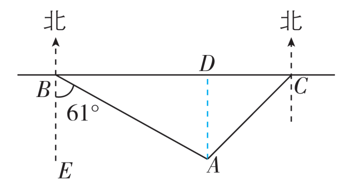
大招解读|背靠背型

通过在三角形内作高,构造出两个直角三角形求解,高为两个直角三角形的公共边. 图形模型如下:



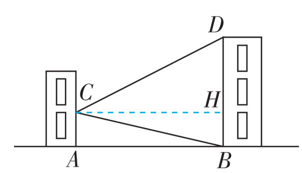
基本模型

1.【解】 该公路不会穿过纪念园. 理由:如图,过点 A 作 $AD\perp BC$,垂足为点 D. 由题意得 $\angle ACD=45°$,$\angle ABE=61°$,$BC=2.8$ km,$AD//BE$,∴ $\angle ABE=\angle DAB=61°$. 设 $AD=x$ km. 在 Rt△ABD 中,$BD=AD\cdot\tan 61°\approx1.8x$ km. 在 Rt△ACD 中,$CD=\frac{AD}{\tan 45°}=x$ km. ∵ $BD+CD=BC$,∴ $1.8x+x=2.8$,解得 $x=1$,∴ $AD=1$ km $=1\ 000$ m. ∵ $1\ 000$ m>900 m,∴ 该公路不会穿过纪念园.



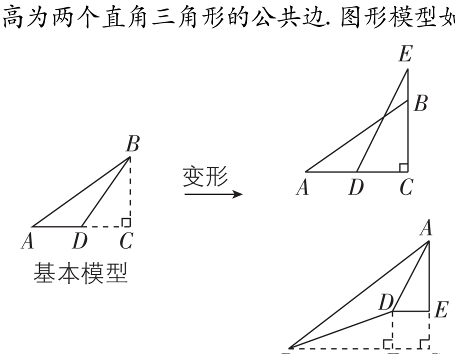
2.【解】 如图,过点 C 作 $CH\perp BD$,垂足为点 H. 由题意,得 $\angle DCH=27°$,$\angle HCB=13°$,$AB=CH=15$ 米. 在 Rt△DHC 中,∵ $\tan\angle DCH=\frac{DH}{CH}$,∴ $DH=\tan 27°\times15\approx7.65$(米). 在 Rt△$HCB$ 中,∵ $\tan\angle HCB=\frac{HB}{CH}$,∴ $BH=\tan 13°\times15\approx3.45$(米),∴ $BD=HD+HB=7.65+3.45=11.1$(米).

答:教学楼 BD 的高度约为 11.1 米.



大招解读|子母型

通过在三角形外作高,构造出两个直角三角形求解,高为两个直角三角形的公共边. 图形模型如下:



基本模型

3.【解】设 $AB=x$ m. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\because\ \tan\angle ACB=\dfrac{AB}{BC}$，$\therefore\ \tan 52°=\dfrac{x}{BC}$，$\therefore\ BC=\dfrac{x}{\tan 52°}$. 在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\because\ \tan\angle ADB=\dfrac{AB}{BD}$，$\therefore\ \tan 60°=\dfrac{x}{BD}$，$\therefore\ BD=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$. $\because\ CD=CB-DB$，$\therefore\ \dfrac{x}{\tan 52°}-\dfrac{x}{\sqrt{3}}=20$，解得 $x\approx 98$，$\therefore$ AB 的高度约为 98 m.

4. $(10+40\sqrt{3})$米　【解析】设 BC 为 x 米，则 $AC=(20+x)$米. 由题意知 $\angle DBC=\angle AEC=60°$，$DE=80$ 米. 在 Rt$\triangle DBC$ 中，$\tan 60°=\dfrac{DC}{BC}=\dfrac{DC}{x}$，则 $DC=\sqrt{3}x$ 米，$\therefore\ CE=(\sqrt{3}x-80)$米.

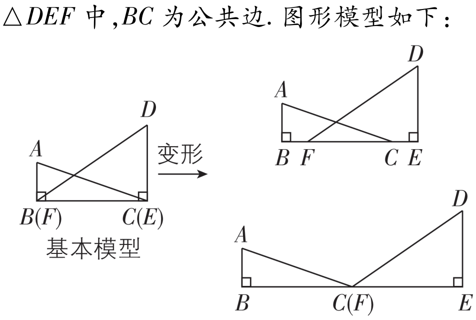
在Rt$\triangle ACE$ 中，$\tan 60°=\dfrac{AC}{CE}=\dfrac{20+x}{\sqrt{3}x-80}=\sqrt{3}$，解得 $x=10+40\sqrt{3}$. 经检验，$x=10+40\sqrt{3}$为原方程的解，且符合题意，故答案为$(10+40\sqrt{3})$米.

5.【解】根据题意知，四边形 AA_1B_1O 和四边形 $BB_1C_1B_2$ 均为矩形，$\therefore\ OB_1=AA_1=62$ m，$B_2C_1=BB_1=200$ m，$\therefore\ BO=BB_1-OB_1=200-62=138$(m)，$CB_2=CC_1-B_2C_1=550-200=350$(m). 在 Rt$\triangle AOB$ 中，$\angle AOB=90°$，$\angle BAO=30°$，$BO=138$ m，$\therefore\ AB=2BO=2\times138=276$(m). 在 Rt$\triangle CBB_2$ 中，$\angle CB_2B=90°$，$\angle CBB_2=45°$，$CB_2=350$ m，$\therefore\ BC=\sqrt{2}CB_2=350\sqrt{2}$ m，$\therefore\ AB+BC=(276+350\sqrt{2})$ m，即管道 AB 和 BC 的总长度为$(276+350\sqrt{2})$m.

思路分析 先根据题意得到 BO，CB_2 的长，在 Rt$\triangle AOB$ 中，由锐角三角函数可得 AB 的长，在 Rt$\triangle CBB_2$ 中，由锐角三角函数可得 BC 的长，再相加即可得到答案.

大招解读｜拥抱型

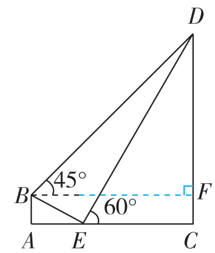
如图，分别解两个直角三角形，在 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle DEF$ 中，BC 为公共边. 图形模型如下：



6.【解】(1)$\because$ 斜坡 BE 的坡度 $i=1:\sqrt{3}$，$\therefore\ \dfrac{AB}{AE}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore\ \tan\angle BEA=\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore\ \angle BEA=30°$. $\because\ BE=12$ m，$\therefore\ AB=\dfrac{1}{2}BE=6$ m.

答：点 B 到水平地面的高度 AB 为 6 m.

(2)如图，过点 B 作 $BF\perp CD$ 于 F，则 $\angle C=\angle A=\angle BFC=90°$，$\therefore$ 四边形 $BFCA$ 是矩形，



$\therefore\ AB=CF=6$ m，$BF=AC$.

设 $DF=x$ m，则 $DC=DF+CF=(x+6)$ m.

$\because\ \tan\angle DEC=\dfrac{DC}{EC}$，$\therefore\ EC=\dfrac{x+6}{\tan 60°}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+6)$ m. 在 Rt$\triangle DBF$ 中，$\angle DBF=45°$，$\tan\angle DBF=\dfrac{DF}{BF}$，$\therefore\ BF=\dfrac{DF}{\tan\angle DBF}=x$ m. 在 Rt$\triangle ABE$ 中，$AE=\sqrt{BE^2-AB^2}=6\sqrt{3}$ m.

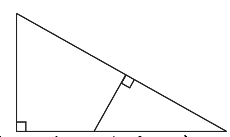
$\because\ BF=AC=AE+EC$，$\therefore\ 6\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+6)=x$，

$\therefore\ x=12\sqrt{3}+12$，$\therefore\ CD=DF+CF=12\sqrt{3}+12+6=(12\sqrt{3}+18)$ m.

答：电线塔 CD 的高度为$(12\sqrt{3}+18)$m.

大招解读｜斜截型

斜截型常与方位角结合考查，多呈现为拦截问题、安全问题. 此类型的特点是小的直角三角形在大的直角三角形内部，有公共的锐角，小的直角三角形的斜边与大的直角三角形的直角边在同一直线上，小的直角三角形的直角边与大的直角三角形的斜边在同一直线上，如图.



7.【解】小亮说得对.

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\angle ABD=90°$，$\angle BAD=18°$，$BA=10$ m，$\tan\angle BAD=\dfrac{BD}{BA}$，$\therefore\ BD=10\times\tan 18°\approx3.25$(m)，$\therefore\ CD=BD-BC=3.25-0.5=2.75$(m).

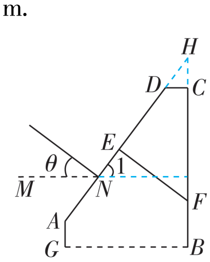
$\because\ \angle CDE+\angle BAD=90°$，$\therefore\ \angle CDE=90°-\angle BAD=72°$. $\because\ CE\perp AD$，$\therefore\ \sin\angle CDE=\dfrac{CE}{CD}$，

$\therefore\ CE=CD\times\sin\angle CDE=2.75\times\sin 72°\approx2.6$(m)，

$\therefore$ 正确的限制高度约为 2.6 m.

关键点拨 延长 ED 交 BC 的延长线于点 H，延长 MN，则 $\angle H=37°$，再利用锐角三角函数即可求出答案.

8.【解】如图，延长 ED 交 BC 的延长线于点 H，延长 MN.



$\because\ \theta=37°$，$\therefore\ \angle 1=90°-37°=53°$，

$\therefore\ \angle H=90°-\angle 1=37°$.

在 Rt$\triangle CDH$ 中，$HC=\dfrac{CD}{\tan 37°}$，$\therefore\ HF=HC+CF=\dfrac{CD}{\tan 37°}+CF$，$\therefore$ 在 Rt$\triangle EFH$ 中，$EF=$

$\left(\frac{CD}{\tan 37°}+CF\right)\cdot\sin 37°\approx\left(\frac{20}{\frac{3}{4}}+100\right)\times\frac{3}{5}=$ 76(cm).

答:EF 的长约为 76 cm.

全章综合训练

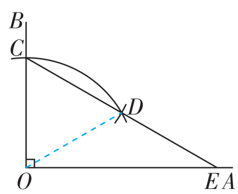
刷中考

1. B 【解析】在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$AB=7$,$AC=3$,∴ $\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{7}$,故选 B.

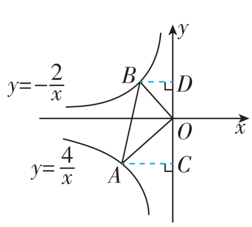
2. A 【解析】$\tan 45°-\sqrt{2}\cos 45°=1-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=0$,故选 A.

3. 【解】$(\sqrt{2}+1)^0+(-1)^{2\,025}-\sqrt{4}+3\tan 45°=1+(-1)-2+3\times1=1-1-2+3=1$.

4. $\sqrt{3}$ 【解析】连接 OD,如图.由作图可得 $OC=OD=CD$,∴ △OCD 是等边三角形,∴ $\angle OCD=60°$, ∴ $OE=OC\cdot\tan\angle OCD=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$,故答案为$\sqrt{3}$.



5. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 【解析】如图所示,过点 A 作 $AC\perp y$ 轴于 C,过点 B 作 $BD\perp y$ 轴于 D,∴ $\angle BDO=\angle ACO=90°$. ∵ $AO\perp BO$,∴ $\angle BOA=90°$,∴ $\angle DOB+\angle DBO=\angle COA+\angle DOB=90°$,∴ $\angle DBO=\angle COA$,∴ △DBO∽△COA,∴ $\frac{S_{\triangle DBO}}{S_{\triangle COA}}=\left(\frac{OB}{OA}\right)^2$. ∵ 点 A 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$的图象上,点 B 在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$的图象上,∴ $S_{\triangle BOD}=\frac{|-2|}{2}=1$,$S_{\triangle AOC}=\frac{|4|}{2}=2$,∴ $\left(\frac{OB}{OA}\right)^2=\frac{1}{2}$,∴ $\frac{OB}{OA}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,∴ $\tan\angle BAO=\frac{OB}{OA}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,故答案为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.



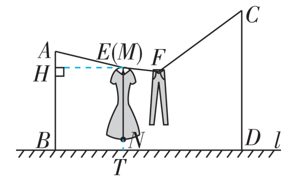
关键点拨
根据相似三角形的面积之比等于相似比的平方,以及反比例函数比例系数 k 的几何意义求解即可.

6. 7.4 【解析】由题意得 $AB\perp BC$,$\angle ACB=51°$,$BC=6$ m,∴ 在 Rt△ABC 中,$\tan\angle ACB=\frac{AB}{BC}$,即 $\tan 51°=\frac{AB}{6}$,∴ $AB\approx6\times1.23\approx7.4$(m),故答案为 7.4.

7. 【解】(1)由题意得 $EG\perp AB$,$AB\perp BD$,$EN\perp BD$,∴ 四边形 $BNEG$ 是矩形,∴ $EN=BG$. 在 Rt△AEG 中,$AE=13$ 分米,$EG=12$ 分米,∴ $AG=\sqrt{AE^2-EG^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$(分米),∴ $BG=AB-AG=14$ 分米,∴ $MN=14$ 分米.

答:该连衣裙 MN 的长度为 14 分米.

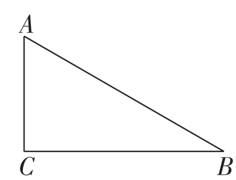
(2)如图所示,过点 E 作 $EH\perp AB$ 于 H,延长 EN 交 BD 于 T. 由题意得 $AB\perp BD$,$ET\perp BD$,∴ 四边形 $BTEH$ 是矩形,∴ $ET=BH$. 在Rt△AEH 中,$AE=13$ 分米,$\angle HAE=76.1°$,∴ $AH=AE\cdot\cos\angle HAE=13\times\cos\ 76.1°\approx13\times0.24=3.12$(分米). ∵ $AB=19$ 分米,∴ $BH=AB-AH=15.88$ 分米,∴ $ET=15.88$ 分米. ∵ $EN=14$ 分米,∴ $NT=ET-EN=15.88-14=1.88\approx2$(分米).



答:此时该连衣裙下端点 N 到地面水平线 l 的距离约为 2 分米.

刷章测

1. C 【解析】如图,在△ABC 中,$\angle C=90°$,$AC:BC=1:\sqrt{3}$,∴ 设 $AC=x$,$BC=\sqrt{3}x$,∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=2x$,∴ $\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$,即 $\sin B$ 的值为$\frac{1}{2}$,故选 C.



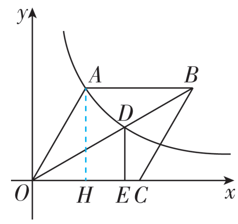
2. B 【解析】由题可知 $CD=AB=4$,$\angle ADC=\angle AED=90°$,∴ $\angle ACD=\angle ADE=\alpha$. 在 Rt△$ACD$ 中,$\cos\angle ACD=\cos\alpha=\frac{CD}{AC}=\frac{3}{5}$,即 $\frac{4}{AC}=\frac{3}{5}$,∴ $AC=\frac{20}{3}$. 根据勾股定理,得 $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\frac{16}{3}$.

3. D 【解析】在 Rt△ABD 中,$\angle BAD=30°$,$\tan\angle BAD=\frac{BD}{AD}$,则 $AD=\frac{BD}{\tan 30°}=\sqrt{3}BD$. 在 Rt△$BCD$ 中,$\angle BCD=60°$,$\tan\angle BCD=\frac{BD}{CD}$,则 $CD=\frac{BD}{\tan 60°}=\frac{\sqrt{3}}{3}BD$. ∵ $AD-CD=AC$,即 $\sqrt{3}BD-\frac{\sqrt{3}}{3}BD=a$,∴ $BD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ m. 故选 D.

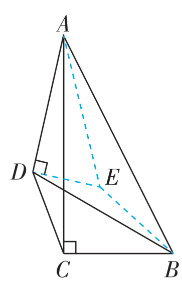
4. C 【解析】如图,作 $AH\perp OC$ 于 H. 设 $OH=m$,

关键点拨
根据 $\sin\angle AOB=\frac{1}{2}$得到$\angle AOB=30°$是解题的关键.

$\because \sin\angle AOB=\frac{1}{2}$, $\therefore \angle AOB=30°$. $\because$ 四边形 $OABC$ 是菱形, $\therefore \angle AOC=2\angle AOB=60°$, $\angle BOC=\angle AOB=30°$, $\therefore \angle OAH=30°$, $\therefore OA=OC=2m$, $AH=\sqrt{3}m$, $\therefore A(m,\sqrt{3}m)$. $\because$ 反比例函数 $y=\frac{2\sqrt{3}}{x}(x>0)$ 的图象经过点 A, $\therefore \sqrt{3}m^2=2\sqrt{3}$, $\therefore m=\sqrt{2}$(负值已舍去), $\therefore OA=OC=2\sqrt{2}$. 同理, 设 $DE=n$, 则 $OE=\sqrt{3}n$, $\therefore D(\sqrt{3}n,n)$, $\therefore \sqrt{3}n^2=2\sqrt{3}$, $\therefore n=\sqrt{2}$(负值已舍去), $\therefore OE=\sqrt{6}$, $\therefore EC=OC-OE=2\sqrt{2}-\sqrt{6}$. 故选 C.



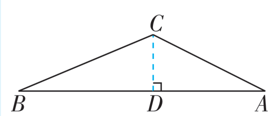
5. C 【解析】$\because \tan\angle ABC=2$, $\therefore \frac{AC}{BC}=2$, $\therefore$ 设 $BC=a$, 则 $AC=2a$. 在 Rt$\triangle ABC$ 中, 由 $AB^2=BC^2+AC^2$, 可得 $AB=\sqrt{5}a$, 则 $\cos\angle BAC=\frac{AC}{AB}=\frac{2a}{\sqrt{5}a}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. 过点 D 作 $DE\perp AD$, 且 $DE=\frac{1}{2}AD$, 连接 AE, BE, 如图. 由题意得 $AD=3$, $CD=2$, $\therefore DE=\frac{1}{2}AD=\frac{3}{2}$, $\therefore AE=\frac{3\sqrt{5}}{2}$, $\tan\angle DAE=\frac{DE}{AD}=\frac{1}{2}$, $\therefore \cos\angle DAE=\frac{AD}{AE}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. $\because \tan\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$, $\therefore \tan\angle BAC=\tan\angle DAE$, $\therefore \angle BAC=\angle DAE$, $\therefore \angle BAC-\angle CAE=\angle DAE-\angle CAE$, $\therefore \angle DAC=\angle EAB$. 又 $\because \frac{AD}{AE}=\frac{AC}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\therefore \triangle ADC\backsim\triangle AEB$, $\therefore \frac{DC}{EB}=\frac{AC}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. $\because DC=2$, $\therefore EB=\sqrt{5}$. $\because BD\leq BE+DE=\sqrt{5}+\frac{3}{2}$, $\therefore$ 当 B, E, D 在同一直线上时, BD 有最大值 $\sqrt{5}+\frac{3}{2}$, 故选 C.



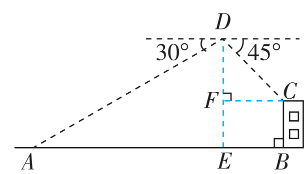
6. 105° 【解析】由题意得 $\sin A-\frac{1}{2}=0$, $\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos B=0$, $\therefore \sin A=\frac{1}{2}$, $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$. $\because \angle A$, $\angle B$ 都为锐角, $\therefore \angle A=30°$, $\angle B=45°$, $\therefore \angle C=180°-30°-45°=105°$. 故答案为 105°.

思路分析 过点 C 作 AB 的垂线, 得到两个直角三角形, 利用锐角三角函数和勾股定理求出 CD 的长, 再用三角形的面积公式即可求解.

7. 220 【解析】如图, 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为点 D. $\because \sin B=\frac{5}{13}=\frac{CD}{BC}$, $\therefore$ 设 $CD=5x$ cm, 则 $BC=13x$ cm. $\because \tan A=\frac{CD}{AD}=\frac{1}{2}$, $\therefore AD=2CD=10x$ cm, $\therefore BD=\sqrt{BC^2-CD^2}=\sqrt{(13x)^2-(5x)^2}=12x$(cm), $\therefore AB=AD+BD=10x+12x=22x$(cm). $\because AB=44$ cm, $\therefore 22x=44$, $\therefore x=2$, $\therefore CD=10$ cm. 故 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CD=\frac{1}{2}\times 44\times 10=220$(cm^2). 故答案为 220.



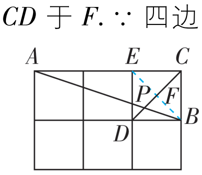
(第 7 题图)



(第 8 题图)

8. $(30\sqrt{3}-30)$ 【解析】如图, 过点 D 作 $DE\perp AB$ 于 E, 过点 C 作 $CF\perp DE$ 于 F. 由题意得 $AB=60$, $DE=30$, $\angle DAB=30°$, $\angle DCF=45°$. 在 Rt$\triangle ADE$ 中, $\tan\angle DAE=\tan 30°=\frac{DE}{AE}$, $\therefore AE=\frac{DE}{\tan 30°}=\frac{30}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=30\sqrt{3}$, $\therefore BE=AB-AE=60-30\sqrt{3}$. $\because CB\perp BE$, $FE\perp BE$, $CF\perp EF$, $\therefore$ 四边形 $BCFE$ 为矩形, $\therefore BC=EF$, $CF=BE=60-30\sqrt{3}$. 在 Rt$\triangle DFC$ 中, $\angle DCF=45°$, $\therefore \angle CDF=90°-\angle DCF=45°=\angle DCF$, $\therefore DF=CF=60-30\sqrt{3}$, $\therefore BC=EF=DE-DF=30-(60-30\sqrt{3})=(30\sqrt{3}-30)$, $\therefore$ 教学楼 BC 的高度为 $(30\sqrt{3}-30)$ 米. 故答案为 $(30\sqrt{3}-30)$.

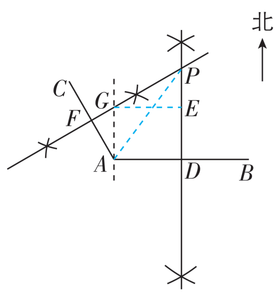
9. 2 【解析】如图, 连接 BE 交 CD 于 F. $\because$ 四边形 $BCED$ 是正方形, $\therefore DF=CF=\frac{1}{2}CD$, $BF=\frac{1}{2}BE$, $CD=BE$, $BE\perp CD$, $\therefore BF=CF$. 根据题意得 $AC/\!/BD$, $\therefore \triangle BDP\backsim\triangle ACP$, $\therefore DP:CP=BD:AC=1:3$, $\therefore DP:DF=1:2$, $\therefore DP=PF=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{2}BF$. 在 Rt$\triangle PBF$ 中, $\tan\angle BPF=\frac{BF}{PF}=2$. $\because \angle APD=\angle BPF$, $\therefore \tan\angle APD=2$.



关键点拨 根据题意画图可得点 P 是 AC, AB 垂直平分线的交点, 再利用锐角三角函数和勾股定理即可解决问题.

10. $\frac{2}{3}\sqrt{57}$ 【解析】根据题意可知, 点 P 是 AC,

AB 垂直平分线的交点,如图,连接 PA,$\therefore \angle PFA=\angle PDA=90°$,$AF=CF=2$ 海里,$AD=BD=3$ 海里.过点 G 作 $GE\perp AG$,交 PD 于点 E.$\because \angle GAD=90°$,$\therefore$ 四边形 $ADEG$ 是矩形,$\therefore DE=AG$,$GE=AD=3$ 海里.由题意可知,$\angle FAG=30°$,$\therefore FG=AF\cdot\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}AF=\frac{2\sqrt{3}}{3}$海里,$\therefore AG=\frac{FG}{\sin 30°}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$海里,$\therefore DE=\frac{4\sqrt{3}}{3}$海里.$\because \angle FAD=120°$,$\therefore \angle FPD=60°$,$\therefore PE=\frac{GE}{\tan 60°}=\frac{\sqrt{3}}{3}GE=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 3=\sqrt{3}$(海里),$\therefore PD=PE+DE=\sqrt{3}+\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{7\sqrt{3}}{3}$(海里),$\therefore AP=\sqrt{AD^2+PD^2}=\sqrt{3^2+\left(\frac{7\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{57}}{3}$(海里),故 A 舰与渔船 P 相距$\frac{2}{3}\sqrt{57}$海里.

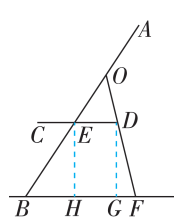


11.【解】(1)原式$=1-4\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}$.

(2)原式$=3+\sqrt{3}-1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1-2\sqrt{2}=3+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+1-2\sqrt{2}=3-2\sqrt{2}$.

关键点拨
掌握特殊角的锐角三角函数值是解题关键.

12.【解】如图,过点 E,D 分别作 $EH\perp BF$ 于 H,$DG\perp BF$ 于 G,$\therefore \angle EHB=\angle DGF=90°$.$\because ED\parallel BF$,$\therefore \angle OED=\angle OBF=58°$,$\angle ODE=\angle DFG=76°$.

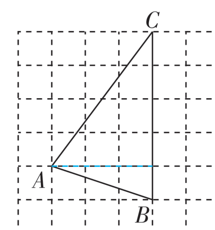


(1)$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle DGF$ 中,$DF=40$ cm,$\sin\angle DFG=\sin 76°=\frac{DG}{DF}\approx 0.97$,$\therefore DG\approx 0.97\times 40=38.8$(cm),$\therefore$ 椅子座板 CD 距离地面 BF 的高度约为 38.8 cm.

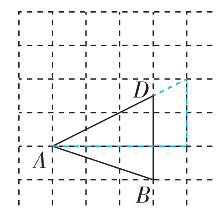
(2)$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle DGF$ 中,$DF=40$ cm,$\cos\angle DFG=\cos 76°=\frac{FG}{FD}\approx 0.24$,$\therefore FG\approx 0.24\times 40=9.6$(cm).$\because ED\parallel BF$,$EH\perp BF$,$DG\perp BF$,$\therefore$ 四边形 $EDGH$ 是矩形,$\therefore EH=DG=38.8$ cm,$ED=HG=20$ cm.$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle EBH$ 中,$EH=38.8$ cm,$\tan\angle EBH=\tan 58°=\frac{EH}{BH}\approx 1.60$,$\therefore BH\approx 24.25$ cm,$\therefore BF=BH+HG+GF=24.25+20+9.6\approx 53.9$(cm),$\therefore$ 两支架着地点 B,F 之间的距离约为 53.9 cm.

关键点拨
(3)分两种情况讨论,由锐角三角函数求出 AP 的长或由相似三角形的性质求出 FP,FM 的长,即可求解.

13.【解】(1)如图(1),点 C 即为所求.



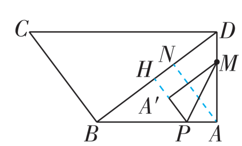
图(1)



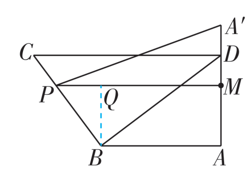
图(2)

(2)如图(2),点 D 即为所求.

14.【解】(1)如图(1),延长 PA' 交 BD 于 H,过点 A 作 $AN\perp BD$ 于 N.$\because \angle BAD=90°$,$AD=6$,$AB=8$,$\therefore BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{64+36}=10$.$\because S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot AD=\frac{1}{2}BD\cdot AN$,$\therefore AN=\frac{24}{5}$,$\therefore BN=\sqrt{AB^2-AN^2}=\frac{32}{5}$.$\because$ 点 A 关于直线 PM 的对称点是点 A',$\therefore \angle PAM=\angle PA'M=90°$.$\because A'M\parallel BD$,$\therefore \angle PHD=\angle PA'M=90°$,$\therefore \angle AND=\angle PHD=90°$,$\therefore PH\parallel AN$,$\therefore \angle A'PB=\angle BAN$,$\therefore \sin\angle A'PB=\sin\angle BAN=\frac{BN}{AB}=\frac{\frac{32}{5}}{8}=\frac{4}{5}$.



图(1)



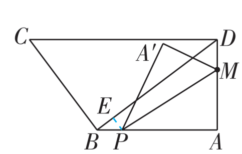
图(2)

(2)$\because$ 点 A 关于直线 PM 的对称点是点 A',$\angle A'MA=180°$,$\therefore MP\perp AD$,如图(2),过点 B 作 $BQ\perp PM$ 于 Q.$\because \angle BAD=90°=\angle BQM=\angle AMP$,$\therefore$ 四边形 $ABQM$ 是矩形,$\therefore AM=BQ=AD-DM=4$,$\angle ABQ=\angle CBD=90°$,$\therefore \angle ABD=\angle PBQ$.又$\because \angle BAD=\angle BQP=90°$,$\therefore \triangle BQP\backsim\triangle BAD$,$\therefore \frac{BP}{BD}=\frac{BQ}{AB}$,$\therefore BP=\frac{4\times 10}{8}=5$.

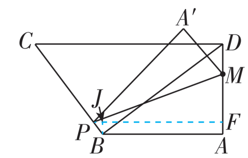
(3)如图(3),当点 P 在 AB 上时,过点 P 作 $PE\perp BD$ 于 E,则 $PE=1$.$\because \sin\angle ABD=\frac{PE}{BP}=\frac{AD}{BD}$,$\therefore \frac{1}{BP}=\frac{6}{10}$,$\therefore BP=\frac{5}{3}$,$\therefore AP=\frac{19}{3}$.$\because$ 点 A

关于直线 PM 的对称点是点 A',∴ $\angle AMP=\angle A'MP$,∴ $\tan\angle A'MP=\tan\angle AMP=\frac{AP}{AM}=\frac{19}{12}$.

如图(4),当点 P 在 BC 上时,过点 P 作 $PF\perp AD$ 于 F,过点 B 作 $BJ\perp PF$ 于 J,∴ 四边形 $ABJF$ 是矩形,∴ $AB=JF=8$,$AF=BJ$. 同(2)易知 $\triangle BJP\backsim\triangle BAD$,∴ $\frac{BP}{BD}=\frac{BJ}{AB}$,∴ $\frac{1}{10}=\frac{BJ}{8}$,∴ $BJ=\frac{4}{5}$,∴ $AF=\frac{4}{5}$,$PJ=\sqrt{PB^2-BJ^2}=\frac{3}{5}$,∴ $MF=\frac{16}{5}$,$PF=\frac{43}{5}$,∴ $\tan\angle A'MP=\tan\angle AMP=\frac{PF}{MF}=\frac{43}{16}$. 综上所述,$\tan\angle A'MP$ 的值为 $\frac{19}{12}$ 或 $\frac{43}{16}$.



图(3)



图(4)

第二章　二次函数

1　二次函数

刷基础

1. A 【解析】根据题意得 $m-1=2$,∴ $m=3$. 故选 A.

2. A 【解析】①$y=2(x+1)(x-3)=2(x^2-2x-3)=2x^2-4x-6$,是二次函数;②该函数是二次函数;③该函数不是二次函数;④该函数的分母含有字母,不是二次函数;⑤$y=x^2-(x+4)(x+2)=x^2-x^2-6x-8=-6x-8$,是一次函数;⑥$y=ax^2+bx+c$,不一定是二次函数;⑦$y=\frac{x^4}{x^2}$的右边是分式,不是二次函数;⑧等号右边是分式,不是二次函数;⑨含有二次根式,不是二次函数. 故选 A.

3. C 【解析】A 选项,$y=3x^2-2x+5$,二次项系数是 3,故不合题意;B 选项,$y=x^2-3x+2$,二次项系数是 1,故不合题意;C 选项,$y=-3x^2-x$,二次项系数是−3,故符合题意;D 选项,$y=x^2-3$,二次项系数是 1,故不合题意. 故选 C.

4. -1　0　-2　【解析】∵ $y=(x-2)(1-x)-3x=-x^2-2$,∴ 该二次函数的二次项系数是−1,一次项系数是 0,常数项是−2. 故答案为−1,0,−2.

5. A 【解析】根据题意得 $w=(x-30)y$,即 $w=(x-30)(-2x+80)$. 故选 A.

6. $y=a(1+x)^2$　【解析】根据题意得 $y=a(1+x)^2$. 故答案为 $y=a(1+x)^2$.

7. 【解】(1)∵ 篱笆总长为 35 m,鸡场的边 AB 长为 x m,∴ $BC=35-3x+2+2=(39-3x)$m,故答案为$(39-3x)$m.

(2)$S=x(39-3x)=-3x^2+39x$.

答:S 关于 x 的函数关系式为 $S=-3x^2+39x$.

(3)能围成总面积为 108 m^2 的两个长方形养鸡场. 根据题意得$-3x^2+39x=108$,解得 $x_1=4$,$x_2=9$. ∵ 墙的长度 $a=20$ m,∴ $\begin{cases}39-3x\leqslant 20,\\39-3x\geqslant 2,\end{cases}$ ∴ $\frac{19}{3}\leqslant x\leqslant\frac{37}{3}$,∴ $x_1=4$ 不符合题意,舍去,∴ AB 的长为 9 m.

易错警示

二次函数的一般形式 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 是常数,$a\neq0$)中,二次项系数 $a\neq0$,解此类题易出现只关注满足指数的要求,而忽略对二次项系数的限制,从而导致错误.

归纳总结

判断函数是否为二次函数必须满足下面 3 个条件:

①等号右边必须是关于自变量的整式;②自变量的最高次数是 2;③二次项系数不为 0.

刷易错

8. D 【解析】∵ 函数 $y=(k-2)x^{k^2-2k+2}+kx+1$ 是关于 x 的二次函数,∴ $k-2\neq0$,$k^2-2k+2=2$,∴ $k=0$. 故选 D.

2　二次函数的图象与性质

课时 1　二次函数 $y=x^2$ 与 $y=-x^2$ 的图象与性质

刷基础

1. A 【解析】二次函数 $y=x^2$ 的图象最低点是原点,开口向上,所以其图象经过第一、二象限. 故选 A.

2. A 【解析】二次函数 $y=x^2$ 图象如图所示. 若 $y_1<y_2<y_3$,则 $m>-0.5$,故 A 错误,符合题意. 当 $y_1=y_3$ 时,点(m,y_1)和$(m+2,y_3)$关于对称轴 y 轴对称,∴ $m+m+2=0$,∴ $m=-1$,∴ $m+1=0$,∴ $y_2=0$,故 B 正确,不符合题意. 若 $m=-\frac{3}{4}$,则 $m+1=\frac{1}{4}$,$m+2=\frac{5}{4}$. ∵ $\left|\frac{1}{4}\right|<\left|-\frac{3}{4}\right|<\left|\frac{5}{4}\right|$,∴ $y_2<y_1<y_3$,故 C 正确,不符合题意. ∵ $y_3-y_2=(m+2)^2-(m+1)^2=2m+3$,$y_2-y_1=(m+1)^2-m^2=2m+1$,$2m+3>2m+1$,∴ 无论 m 取何值,都有 $y_3-y_2>y_2-y_1$,故 D 正确,不符合